

ニュートン冷却を散逸過程とする強制浅水乱流における赤道西風形成のメカニズムについて（＊）

平成27年4月1日
京大院理 齋藤泉, 石岡圭一

（＊） Saito and Ishioka (2015)

Journal of the Atmospheric Sciences 2014 ; e-View
doi: <http://dx.doi.org/10.1175/JAS-D-14-0235.1>

Mechanism for the formation of equatorial superrotation in forced shallow-water turbulence with Newtonian cooling

Izumi Saito*

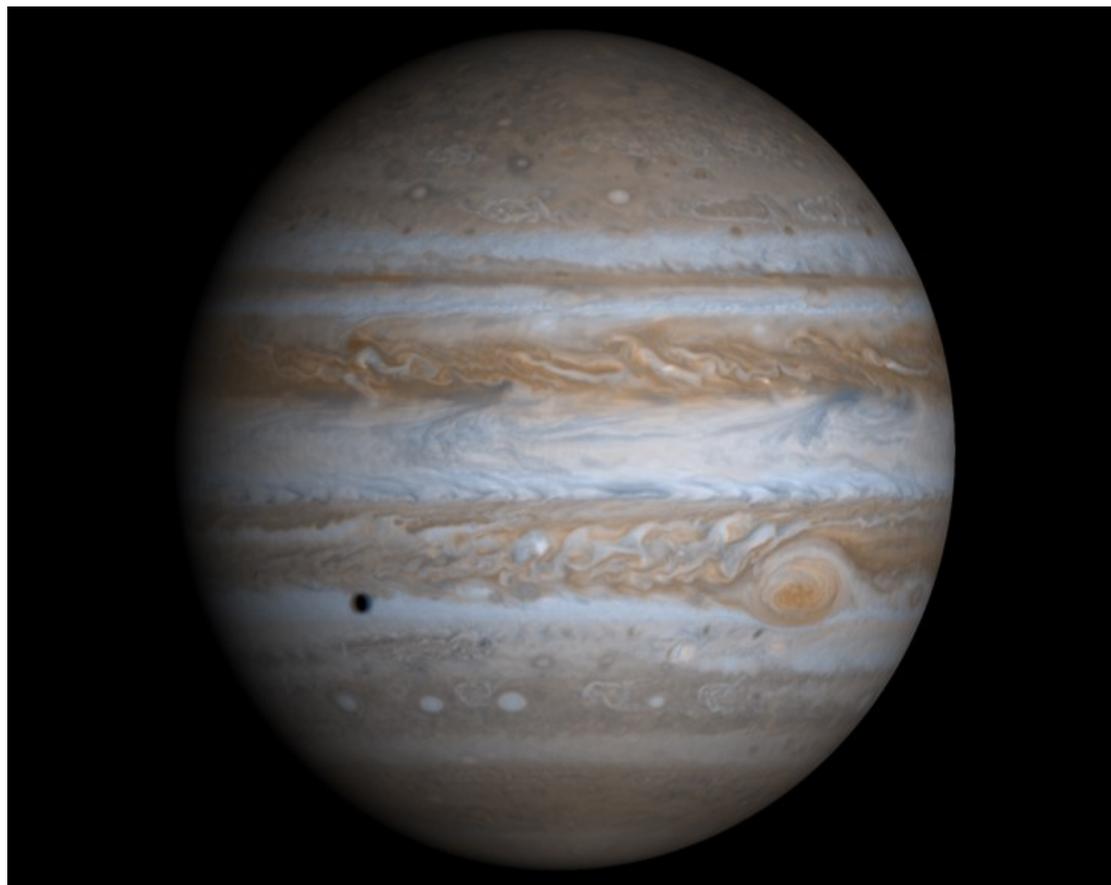
Division of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Kyoto University, Kyoto, Japan

Keiichi Ishioka

Division of Earth and Planetary Sciences, Graduate School of Science, Kyoto University, Kyoto, Japan

帯状の構造

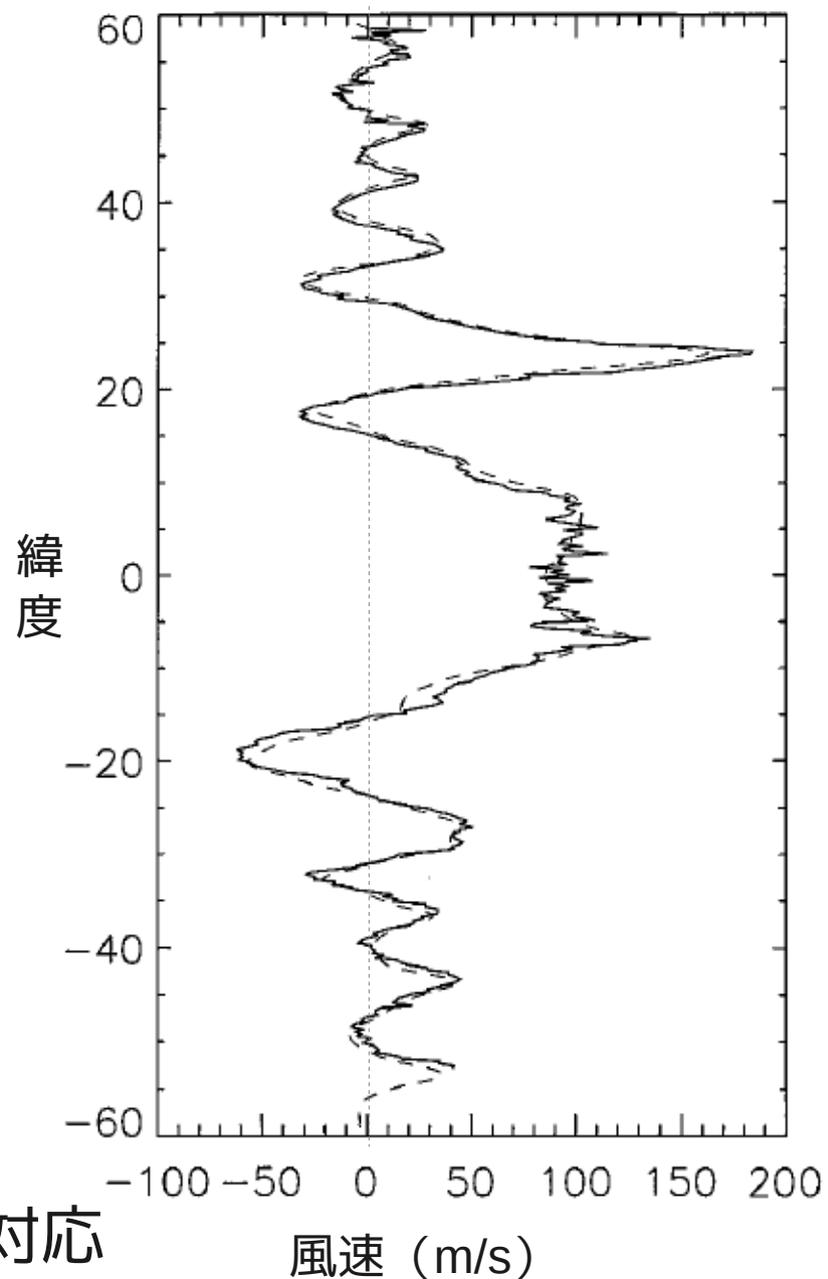
木星



(NASA : http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/image/jupiter_cassini.jpg)

- ・ 緯度方向に交互に並ぶ東西流の構造に対応
- ・ 土星や木星の大気で観測される

平均東西風の緯度分布

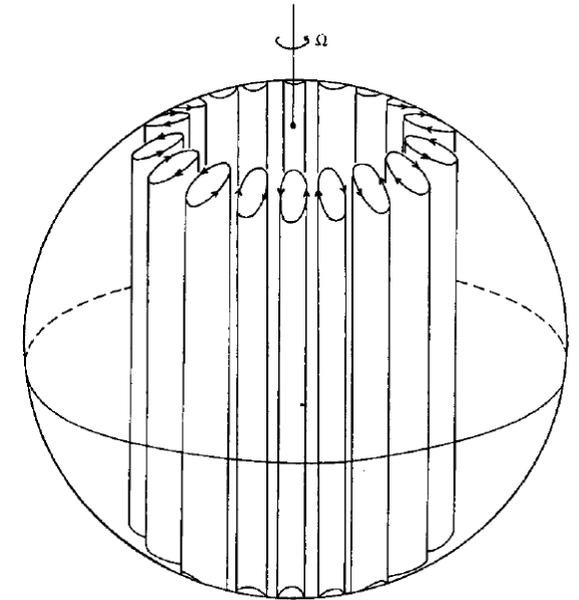


(Simon, 1999, FIG.1)

帯状の構造を説明する説

1. 「深い対流」説

- Busse (1976, Icarus)
- 回転軸方向に伸びた2次元的な対流運動 (Taylor柱)
- 外側境界の影響で対流が傾くことにより、動径方向への運動量輸送が生じる。

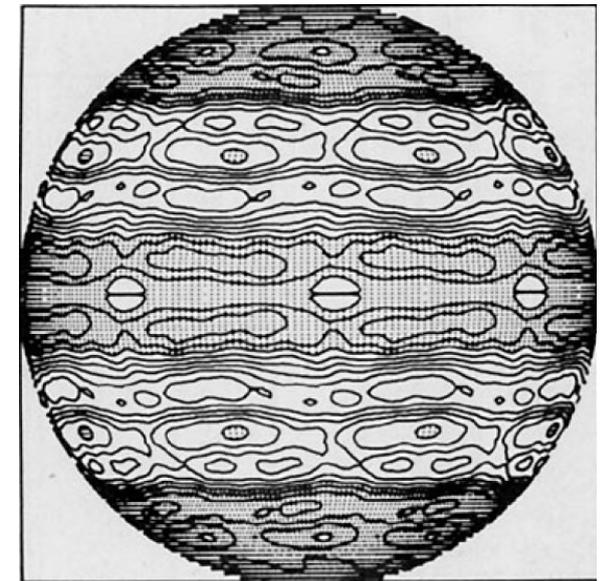


(Busse, 1976, FIG.1)

2. 「浅い対流」説

- Rhines (1975, JFM), Williams (1978, JAS)
- 惑星表面の薄い大気層
- 回転効果の緯度変化 (β 効果) が南北方向の運動を妨げる
- 問題点：木星・土星に近いパラメータで、ロバストな赤道西風を再現出来ない
(*木星・土星は赤道西風、天王星・海王星は赤道東風)

流線関数

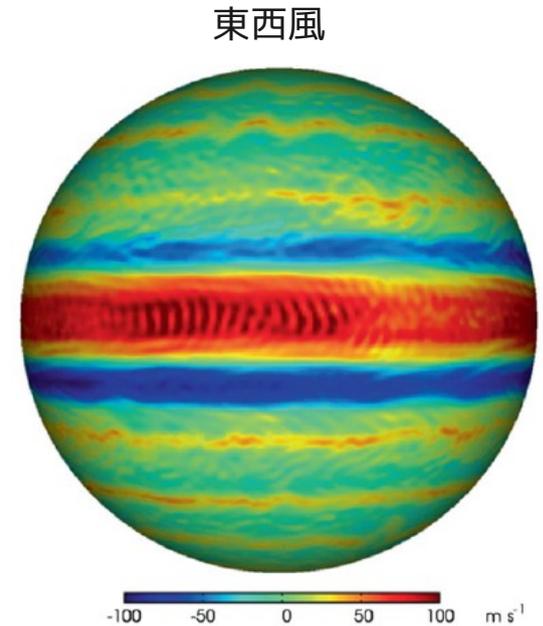


(Williams, 1978, FIG. 16f)

赤道西風の再現に成功した先行研究

1. Schneider and Liu (2009, JAS)

- 3DGCM
- 放射加熱の緯度変化と内部熱源の効果を両方入れる
- 赤道域で励起されたRossby波の放射によって、赤道域に運動量収束が起こる (Liu and Schneider, 2010 JAS)
- 緯度依存する摩擦 (MHD摩擦のモデル) が必要

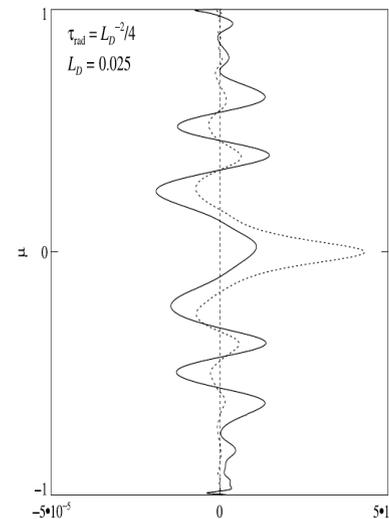


(Schneider and Liu, 2009, FIG.3)

2. Scott and Polvani (2008, GRL)

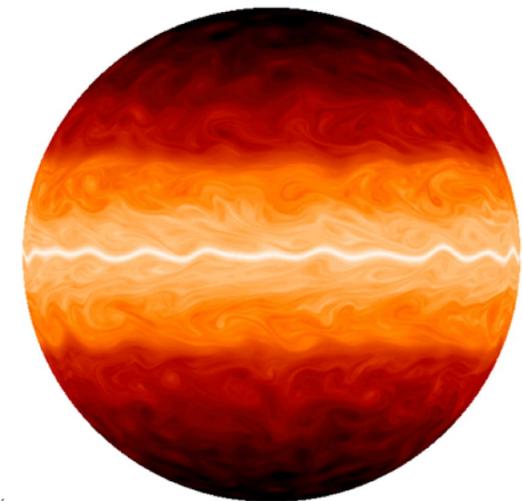
- 球面浅水系、強制付き
- 散逸過程として、Rayleigh摩擦ではなくNewton冷却を採用
- 他のパラメータによらず100%赤道西風を得る
- メカニズムについては推測にとどまる

平均東西風とPVフラックス



(Scott and Polvani, 2008, Figure4, Figure3)

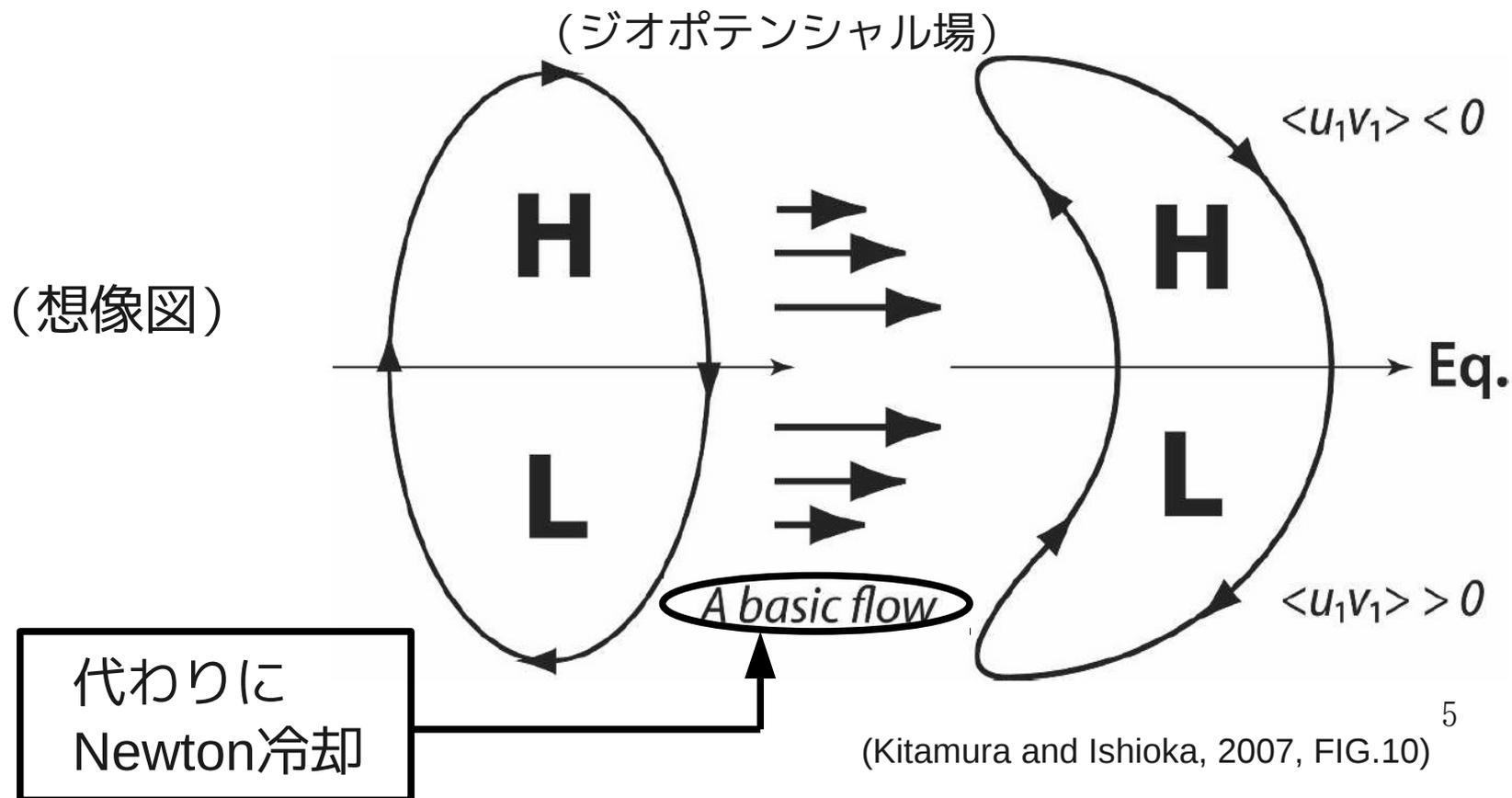
ポテンシャル渦度



本研究の目的

- 林予想の検証：

Newton冷却の導入によるHoughモードの歪みが引き起こす、赤道域への運動量輸送により、ロバストな赤道西風が生じる。



発表概要

1. はじめに

- 惑星大気乱流実験の先行研究の紹介

2. 数値実験

- Scott and Polvani (2008) 再現とアンサンブル実験

3. Houghモードの計算

- Newton冷却項導入によるHoughモードの歪みについて

4. 弱非線型モデルによる帯状流加速の計算

- モードの歪みによる加速の評価と検証

5. まとめと今後の課題

考える方程式系

- 回転球面上の浅水方程式系

$$\mu = \sin \phi$$

$$(U, V) = (u, v) \cos \phi$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{1}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (f + \zeta)U + (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} (f + \zeta)V \right] + d_\zeta + F_\zeta$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (f + \zeta)V - (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} (f + \zeta)U \right] - \nabla^2 \left[\Phi' + \frac{U^2 + V^2}{2(1-\mu^2)} \right] + d_D$$

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial t} = -\frac{1}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (U\Phi') + (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} (V\Phi') \right] - \Phi_M D + d_{\Phi'}$$

相対渦度

$$\zeta = \mathbf{k} \cdot (\nabla \times \mathbf{u})$$

発散

$$D = \nabla \cdot \mathbf{u}$$

ジオポテンシャル

$$\Phi = \Phi_M + \Phi'$$

渦度の強制

$$F_\zeta$$

散逸項

$$d_{(\zeta, D, \Phi')}$$

水平速度ベクトル

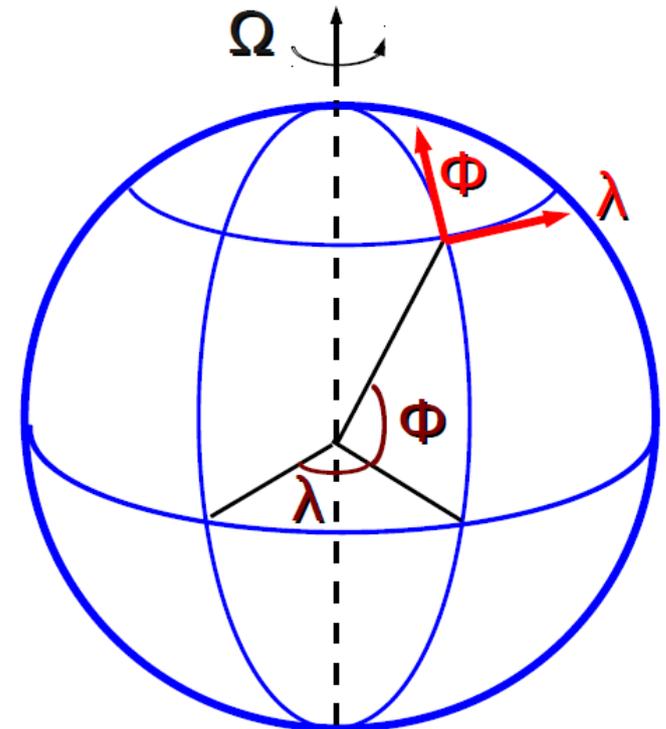
$$\mathbf{u} = (u, v)$$

Colioris パラメータ

$$f = 2\Omega \sin \phi$$

変形半径

$$L_D = \sqrt{\Phi_M / 2\Omega}$$



a (球半径)=1 : 長さを球半径で無次元化

$\Omega=2\pi$: 時間を周期 $2\pi/\Omega$ で無次元化

$\Phi_M = 16\pi^2 \epsilon^2$: Φ を $\Phi_M / (16\pi^2 \epsilon^2)$ で無次元化

- パラメータ

$\varepsilon = \frac{L_D}{a}$: (極) 変形半径と球半径の比
0.025, **0.1**, 1 の3通りで実験

ϵ_0 : 「エネルギー」(*)注入率
 $\epsilon_0 = 6.4 \times 10^{-E}$
E=6, 7, 8 (E6, E7, E8 と呼ぶ)

- 強制と散逸

- 高階粘性 : $d_{(\zeta, D, \Phi')} = -\nu \nabla^8 (\zeta, D, \Phi')$
- Newton冷却 : $d_{\Phi'} = -\Phi' / \tau_{\text{rad}} \quad \tau_{\text{rad}} = 0.25 \varepsilon^{-2}$
- 強制 : $\hat{F}(n) = \begin{cases} f_0 / \Delta n, & |n - n_f| \leq \Delta n / 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

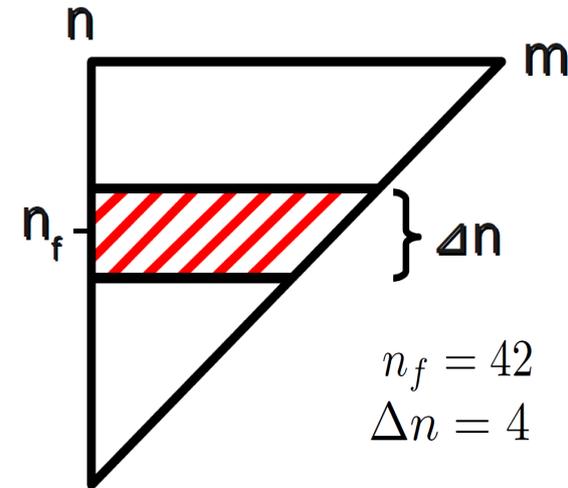
(エネルギー注入率 ϵ_0 、ランダムな位相の強制)

- 離散化

- 空間 : スペクトル法 (N=170、三角切断) (SP08は682)
- 時間 : 4次 Runge-Kutta (← SP08はLF-Asselin)

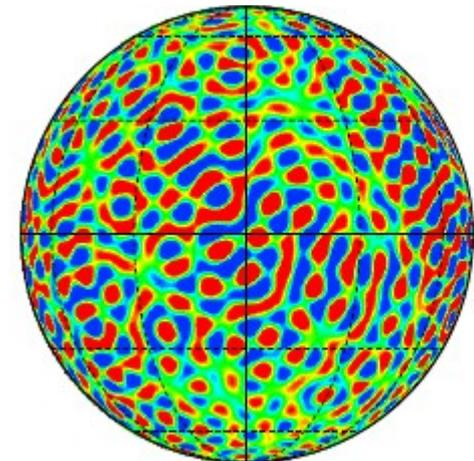
- 積分時間 : t = 10000 まで (1万回転)

(強制を与える波数範囲)



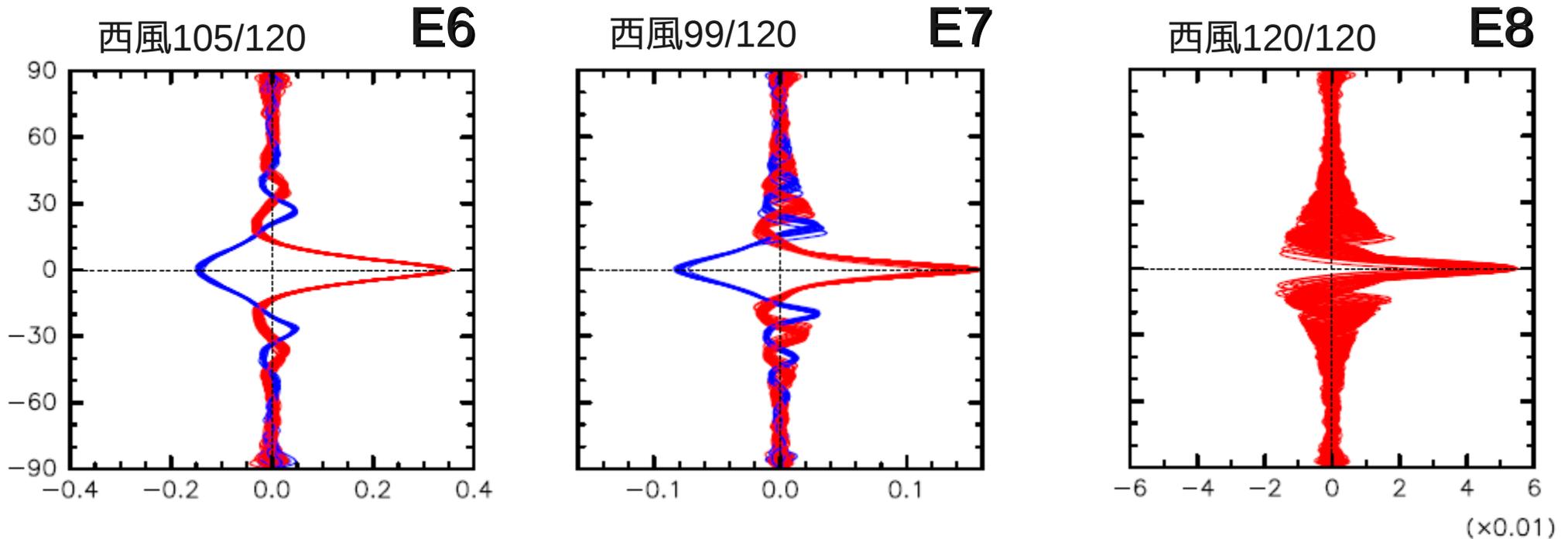
(* 渦度のみを用いて、非発散渦度方程式の場合と同じ方法で算出されるもの)

(渦度場の強制の様子)



最終状態の帯状風速のアンサンブル ($\varepsilon=0.1$)

- 赤 : 最終状態で赤道西風
- 青 : 最終状態で赤道東風

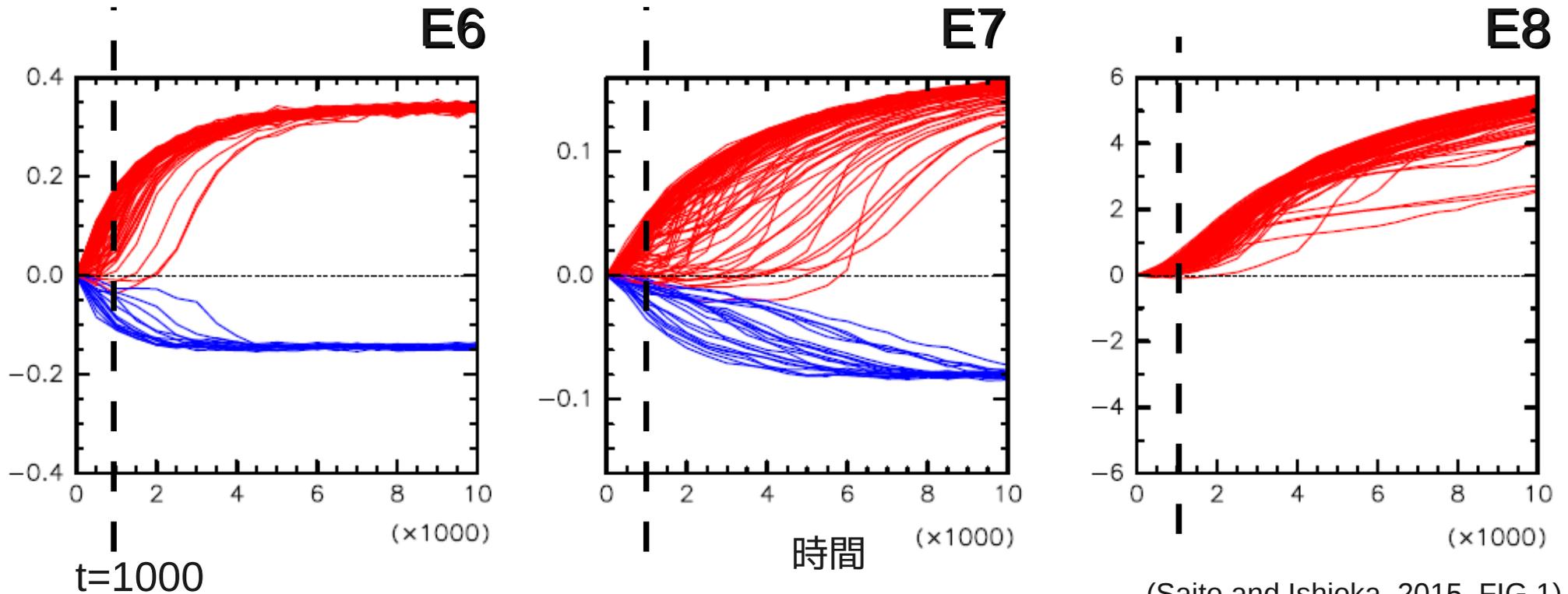


(Saito and Ishioka, 2015, FIG.1)

- どの実験でも、最終状態において8割 (96) 以上の割合で赤道西風が出現。
→ロバストと言える。
- 赤道東風も出現し得る。(必ず西風が出る訳では無い。)
- 赤道西風の出現割合は強制が弱い (E8) 場合に大きい。

各アンサンブルの赤道帯状風の時間発展

- 赤：最終状態で赤道西風
- 青：最終状態で赤道東風



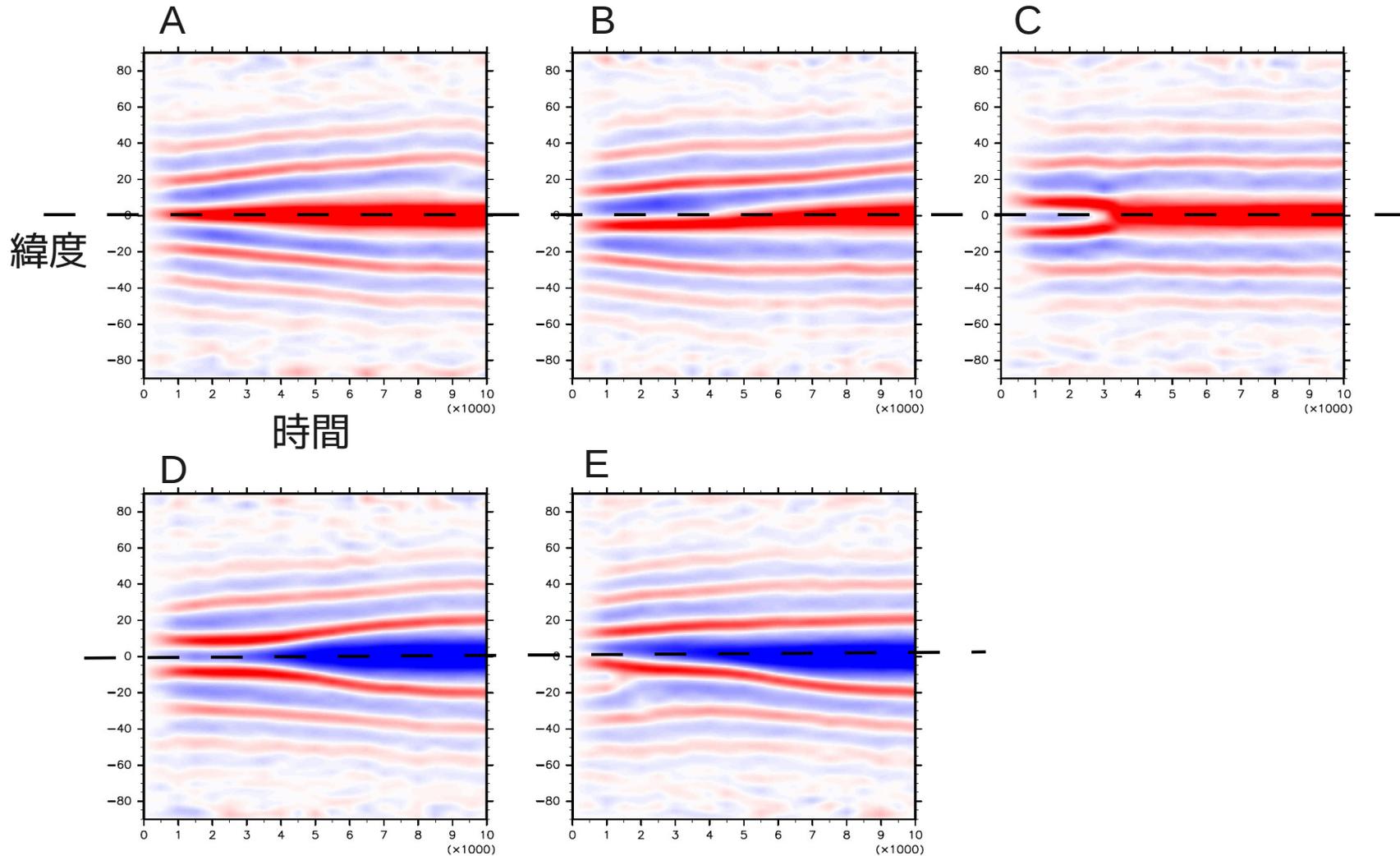
(Saito and Ishioka, 2015, FIG.1)

- 最終状態の赤道の風向は、時間発展の初期 ($t=1000$ まで) でほとんど決まる。
- 赤道西風は、初期から赤道西風が成長したものがほとんど (次頁)。



- 時間発展の初期から、組織的な赤道西風加速が働き続けていることを示唆。 10

帯状流の時間発展の種類 (E7)



A : 赤道西風がそのまま成長 (32/40)

B : 赤道東風 → 移動 → 赤道西風 (3/40)

C : 赤道東風 → 隣接する西風の併合 → 赤道西風 (2/40)

D : 赤道東風がそのまま成長 (2/40)

E : 赤道西風 → 移動 → 赤道東風 (1/40) (F : その他)

Aが8割以上を占める

発表概要

1. はじめに

- 惑星大気乱流実験の先行研究の紹介

2. 数値実験

- Scott and Polvani (2008) 再現とアンサンブル実験

3. Houghモードの計算

- Newton冷却項導入によるHoughモードの歪みについて

4. 弱非線型モデルによる帯状流加速の計算

- モードの歪みによる加速の評価と検証

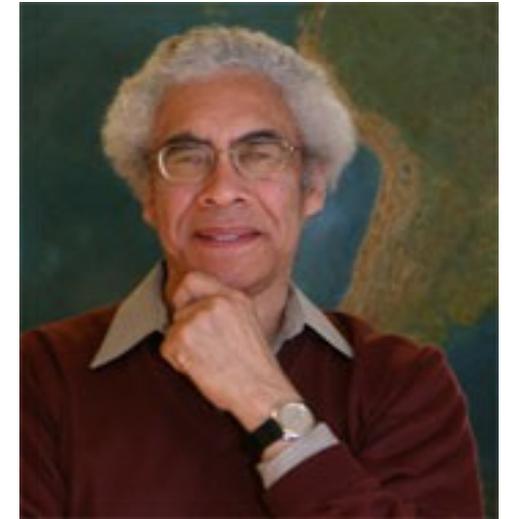
5. まとめと今後の課題

先行研究

George Philander

- Yamagata and Philander (1985, JO)

- 赤道波（赤道ベータ浅水系の固有モード）に対する、散逸項（Rayleigh摩擦、Newton冷却）の影響を調べる。
- 固有モードの等位相線が傾くことを示す。



(<http://www.princeton.edu/aos/images/faculty/George.jpg>)

減衰赤道波が風系への海洋の応答に果たす役割

山形俊男^{*,**}, 飛蘭陀讓治^{*}

要旨: 空間的に一様な風で、非粘性の浅水波モデル中に励起される流れは過渡的なものであり、それぞれ東岸あ

るいは西岸でつくられるロスビー波や赤道ケルビン波によって消されてしまう。

混合過程をモデルに組み込むと流れを伴う定常状態を実現することができる。特に熱の混合の方が運動量の混合よりも、最終的な定常状態には大きな影響を及ぼす。これは赤道海洋の適応過程で発散波が重要な役割をするためである。

* プリンストン大学地球流体力学研究所, ノア, 私書箱 308, プリンストン, ニュージャージー州, 〒08542, 米国

** 現在 九州大学応用力学研究所
〒816 春日市春日公園6丁目1番地

Houghモード（浅水系の固有モード）の導出

1. 浅水方程式系を線型化

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}(\zeta + f)) &= 0 \\ \frac{\partial D}{\partial t} - \mathbf{k} \cdot \nabla \times (\zeta + f)\mathbf{u} &= -\nabla^2 \left(\Phi + \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2} \right) \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\Phi \mathbf{u}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 + 2\Omega \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \psi + 2\Omega \left(\sin \phi \nabla^2 + \cos \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \chi &= 0 \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 + 2\Omega \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \chi - 2\Omega \left(\sin \phi \nabla^2 + \cos \phi \frac{\partial}{\partial \phi} \right) \psi &= -\nabla^2 \Phi' \\ \nabla^2 \chi &= -\frac{1}{\Phi_M} \frac{\partial \Phi'}{\partial t} \end{aligned}$$

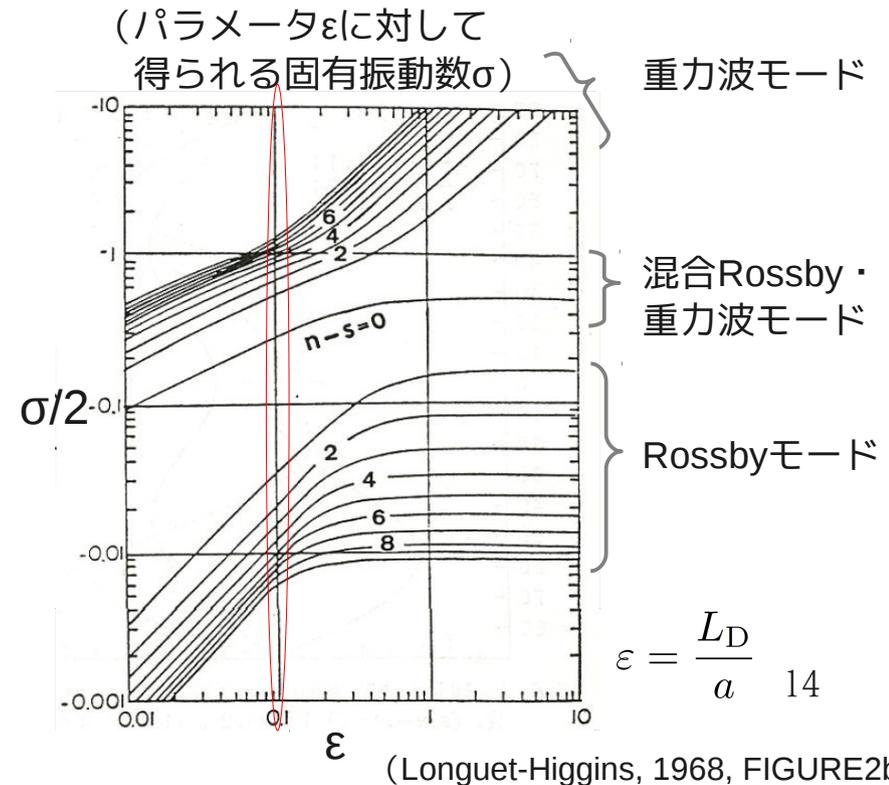
$$\mathbf{u} = \mathbf{k} \times \nabla \psi + \nabla \chi$$

2. 波動解を代入

$$(\psi, \chi, \Phi') \sim \text{Re} \left\{ \sum_{n=m}^M (\tilde{\psi}_n^m, \tilde{\chi}_n^m, \tilde{\Phi}_n^m) Y_n^m e^{-i\sigma t} \right\}$$

(Y : 球面調和関数)

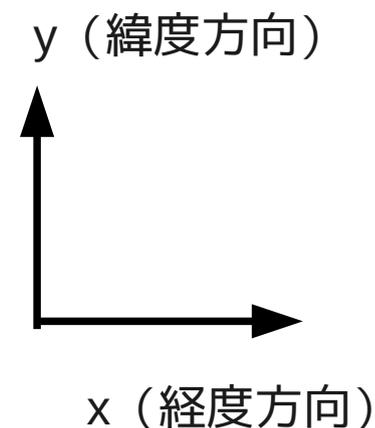
- 各東西波数mに対して、
 (σについての) 連立方程式が得られる
- この固有値問題の固有ベクトルとして
 得られるのがHoughモード
- Rayleigh摩擦, Newton冷却は線型項
 なので固有値問題に簡単に含まれる



- Yamagata and Philander (1985) の (A.6) 式を、Newton冷却係数 (γ)、Rayleigh摩擦係数 (ε) が十分小さいとして近似すると、混合Rossby重力波、Kelvin波の位相のずれは次式で表される。

$$x = \frac{1}{4} \frac{(\gamma - \varepsilon)}{k\omega_r} y^2 + \text{const.}$$

γ : Newton冷却係数
 ε : Rayleigh摩擦係数
 ω_r : 振動数の実部

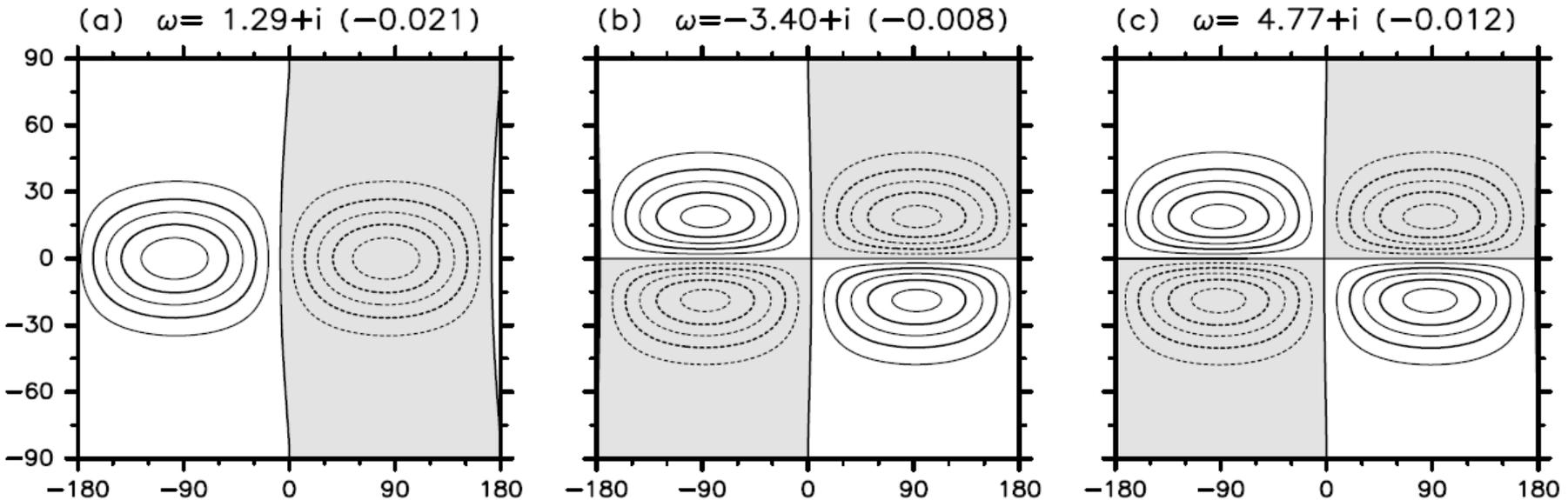


- Newton冷却のみ ($\gamma > 0$, $\varepsilon = 0$) の場合 :

- 西進モードは西に、東進モードは東に位相が傾く。
- 位相の傾きは、(実) 振動数が大きいほど小さい。

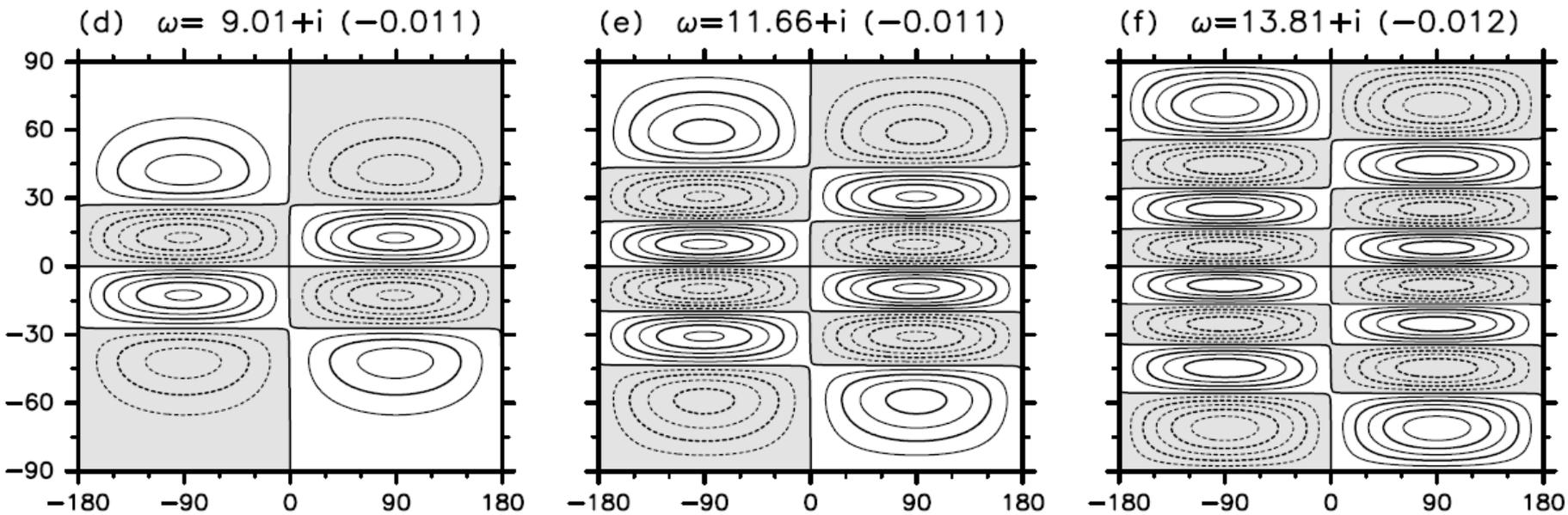
* 混合Rossby重力波、Kelvin波以外でも概ね上は成り立つ
(あくまでも経験則)

- 東西波数1、Kelvin, 西進・東進MRGモード (ジオポテンシャル場)

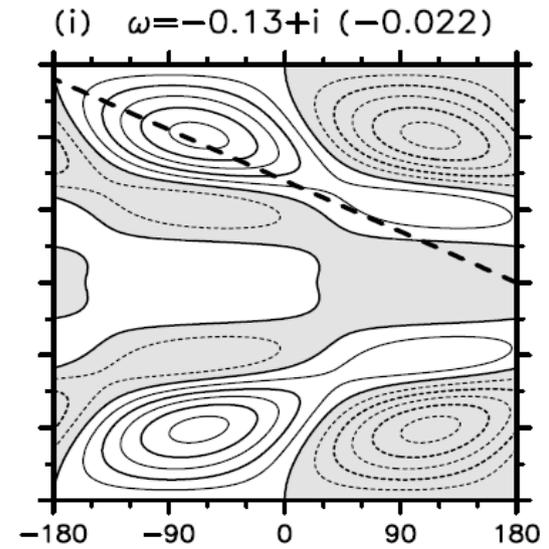
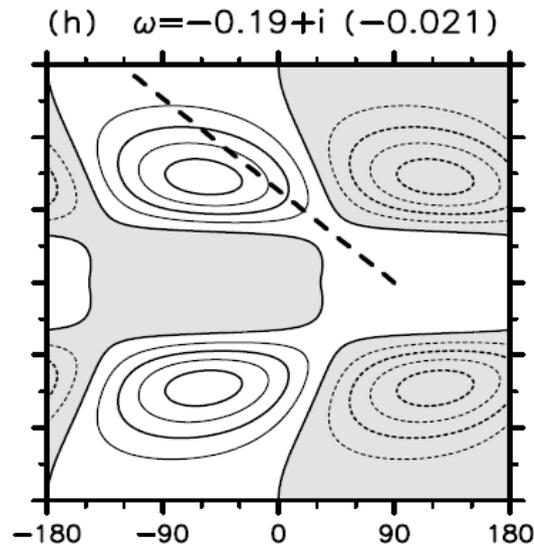
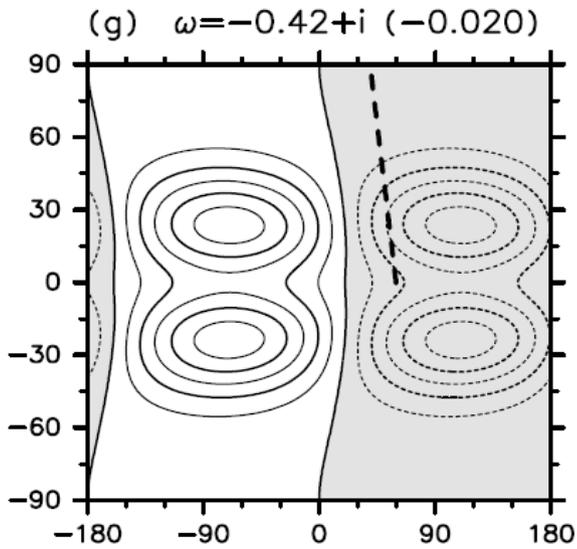


(Saito and Ishioka, 2015, FIG.2)

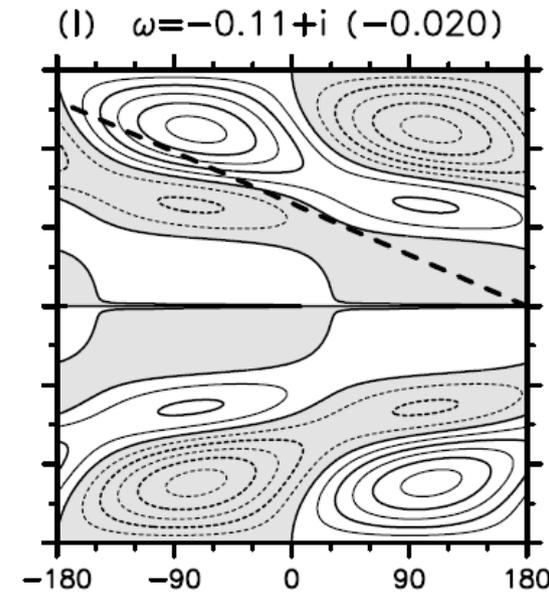
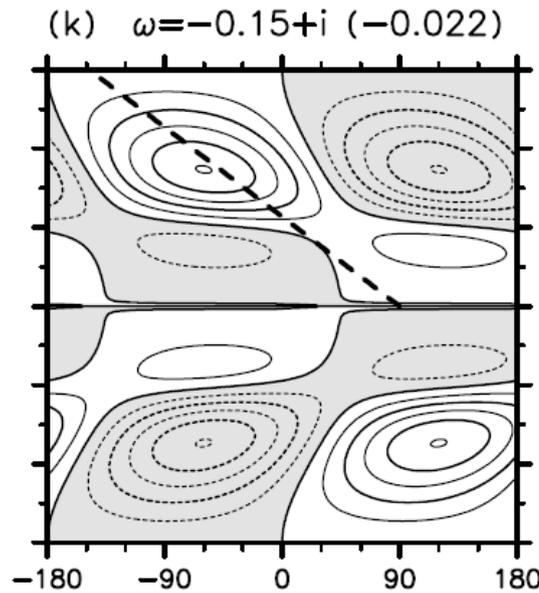
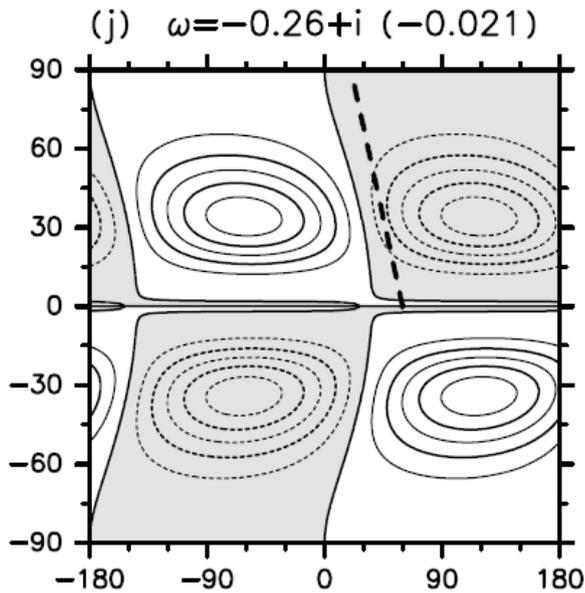
- 東西波数1、反対称第一～第三重力波モード



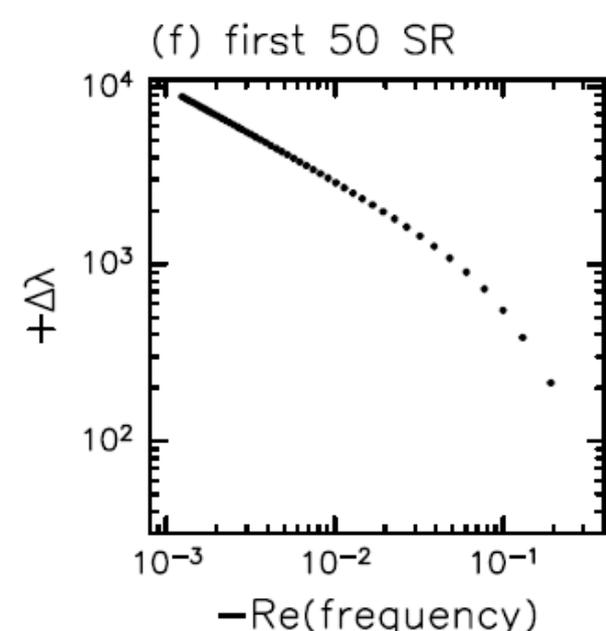
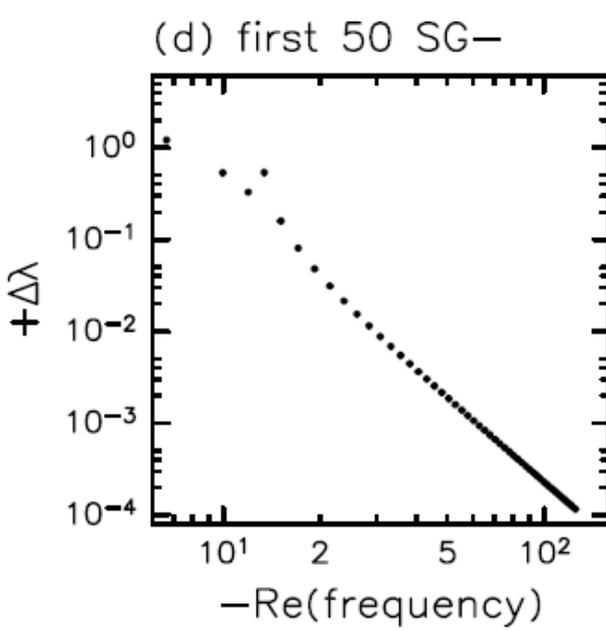
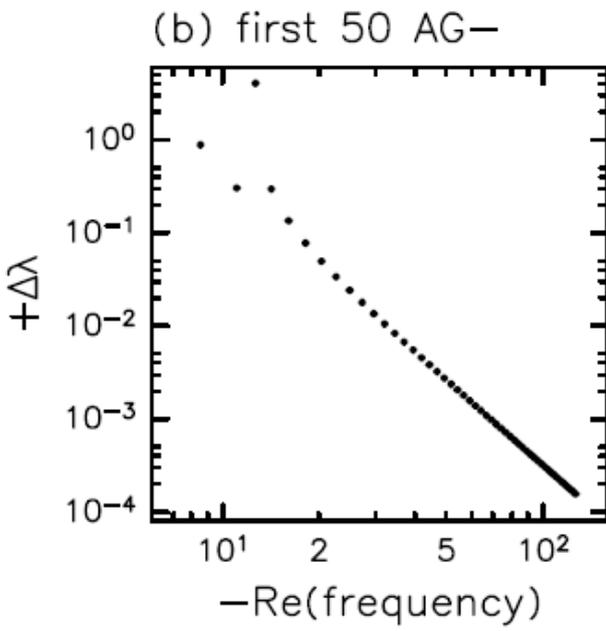
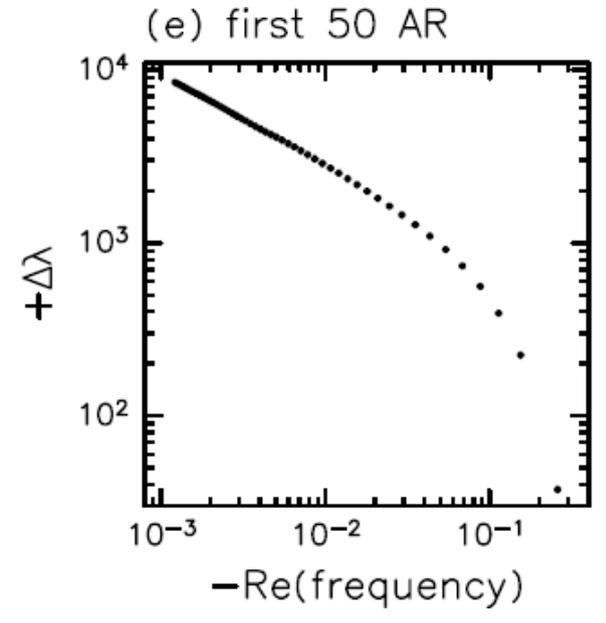
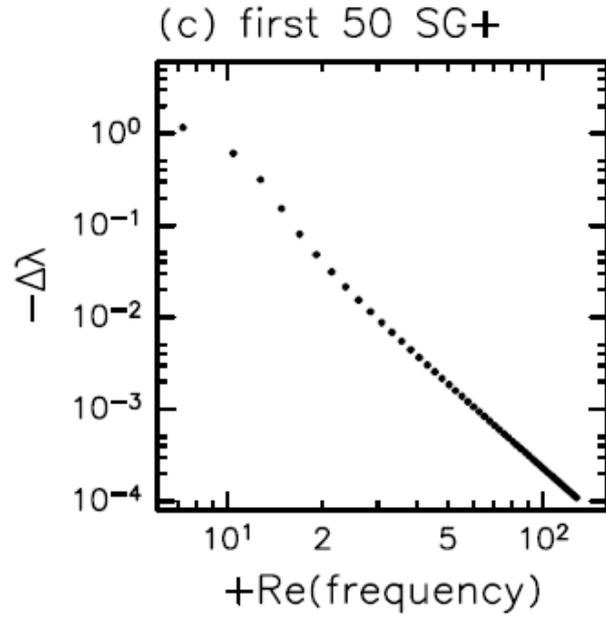
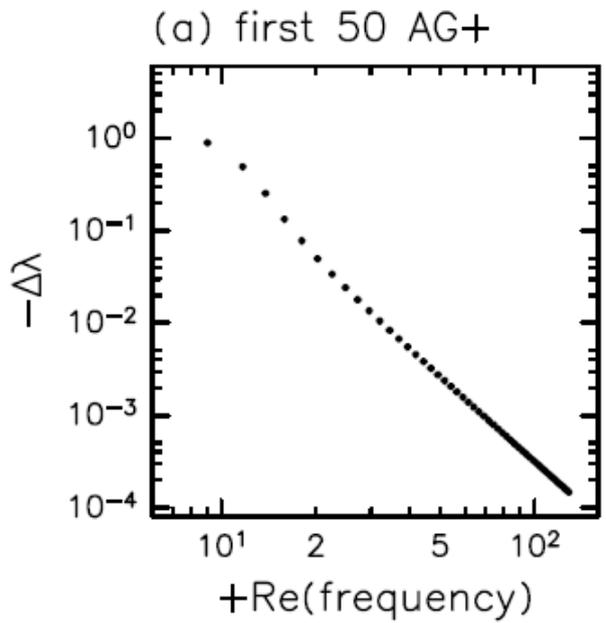
- 東西波数1、対称第一 ~ 第三Rossbyモード



- 東西波数1、反対称第一 ~ 第三Rossbyモード



- 各カテゴリのモードにおける振動数と位相の傾きの関係



発表概要

1. はじめに

- 惑星大気乱流実験の先行研究の紹介

2. 数値実験

- Scott and Polvani (2008) 再現とアンサンブル実験

3. Houghモードの計算

- Newton冷却項導入によるHoughモードの歪みについて

4. 弱非線型モデルによる帯状流加速の計算

- モードの歪みによる加速の評価と検証

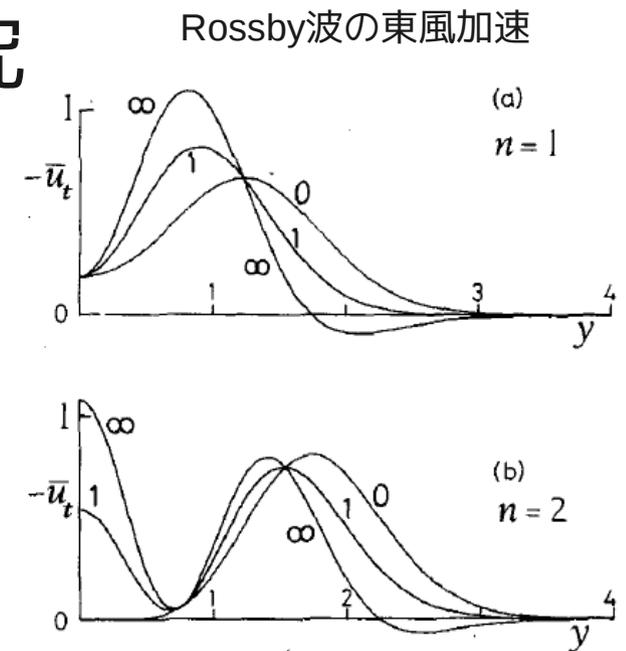
5. まとめと今後の課題

先行（+同時進行）研究

- Andrews and McIntyre (1976, JAS)

- 一般化されたEliassen-Palmの関係式を用いて、波による平均流加速を調べる。
- 赤道波について、加速は散逸機構（Rayleigh摩擦、Newton冷却等）に強く依存することを示す。

* 右図には時間依存する項（Wave Transience）の寄与は含まれていない。

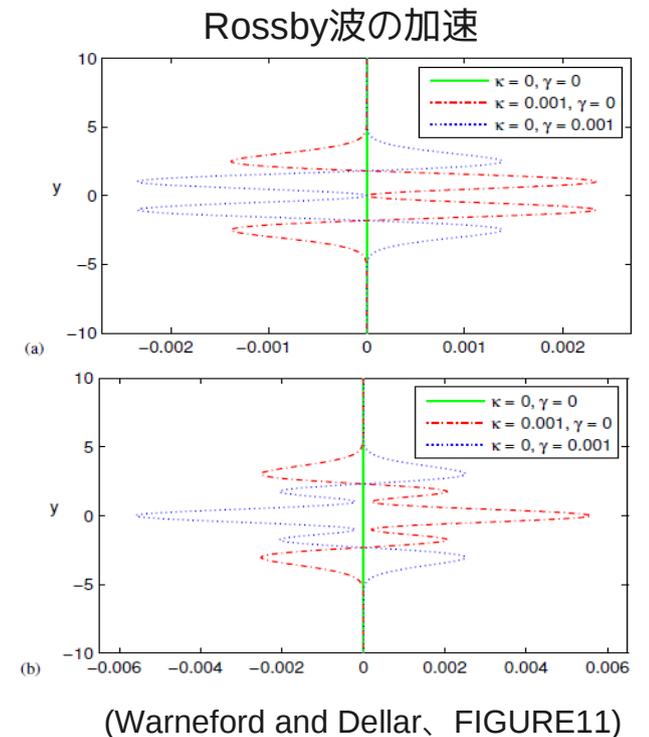


- Warneford and Dellar (submitted to JFM)

- SP08の提言に基づいてAM76の加速を再調査
- * 右図はWave Transienceの寄与を含む。

- Rossbyモードは赤道付近で
Newton冷却のとき → 西風加速
Rayleigh摩擦のとき → 東風加速

- 散逸機構の違いで強制浅水乱流の赤道風の向きが変わる原因ではないかと指摘
(定量的な議論はしていない。)



4-1. 弱非線型モデルの構築

- 1次項の式：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \zeta_1}{\partial t} &= -\frac{1}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (fU_1) + (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} (fV_1) \right] + d_{\zeta_1} + F_{\zeta_1} \\ \frac{\partial D_1}{\partial t} &= -\frac{1}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (fV_1) - (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} (fU_1) \right] - \nabla^2 \Phi_1 + d_{D_1} \\ \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} &= -\Phi_M D_1 + d_{\Phi_1}\end{aligned}$$

変数を微小パラメータ ε で展開

$$\zeta(\lambda, \mu, t) = \zeta_0 + \varepsilon \zeta_1 + \varepsilon^2 \zeta_2 + O(\varepsilon^3)$$

- 2次項 (帯状平均) の式：

$$\begin{aligned}\frac{\partial \zeta_2}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial \mu} (fV_2) + d_{\zeta_2} - \frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{\zeta_1 V_1}) \\ \frac{\partial D_2}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial \mu} (fU_2) - \nabla^2 \Phi_2 + d_{D_2} - \frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{\zeta_1 U_1}) - \nabla^2 \left[\frac{\overline{U_1^2 + V_1^2}}{2(1-\mu^2)} \right] \\ \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} &= -\Phi_M D_2 + d_{\Phi_2} - \frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{V_1 \Phi_1})\end{aligned}$$

- 1次項の式 :

強制

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \zeta_1}{\partial t} &= -\frac{1}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (fU_1) + (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} (fV_1) \right] + d_{\zeta_1} + F_{\zeta_1} \\
 \frac{\partial D_1}{\partial t} &= -\frac{1}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial}{\partial \lambda} (fV_1) - (1-\mu^2) \frac{\partial}{\partial \mu} (fU_1) \right] - \nabla^2 \Phi_1 + d_{D_1} \\
 \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} &= -\Phi_M D_1 + d_{\Phi_1}
 \end{aligned}$$

1次項

1次項で決まる項

- 2次項の式 :

2次項

2次項で決まる項

2次加速

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \zeta_2}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial \mu} (fV_2) + d_{\zeta_2} - \frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{\zeta_1 V_1}) \\
 \frac{\partial D_2}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial \mu} (fU_2) - \nabla^2 \Phi_2 + d_{D_2} - \frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{\zeta_1 U_1}) - \nabla^2 \left[\frac{U_1^2 + V_1^2}{2(1-\mu^2)} \right] \\
 \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} &= -\Phi_M D_2 + d_{\Phi_2} - \frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{V_1 \Phi_1})
 \end{aligned}$$

- ベクトルを定義：

$$\mathbf{X} = (\zeta_1, D_1, \Phi_1)^T$$

$$\mathbf{F} = (F_{\zeta_1}, 0, 0)^T$$

$$\mathbf{Y} = (\zeta_2, D_2, \Phi_2)^T$$

$$\mathbf{A} = \left(-\frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{\zeta_1 V_1}), -\frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{\zeta_1 U_1}) - \nabla^2 \left[\frac{\overline{U_1^2 + V_1^2}}{2(1 - \mu^2)} \right], -\frac{\partial}{\partial \mu} (\overline{V_1 \Phi_1}) \right)^T$$

- 1次項と2次項の式のベクトル表記：

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathbf{L}_1(\mathbf{X}) + \mathbf{F}$$

$$\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial t} = \mathbf{L}_2(\mathbf{Y}) + \mathbf{A}$$

- 散逸項を含めて計算されたHoughモード (右固有ベクトル) で展開する。

$$\mathbf{X} = \sum_m \sum_i x_i^m \mathbf{H}_i^m \quad \mathbf{Y} = \sum_i y_i \mathbf{H}_i^{(m=0)}$$

$$\mathbf{F} = \sum_m \sum_i f_i^m \mathbf{H}_i^m \quad \mathbf{A} = \sum_i a_i^m \mathbf{H}_i^{(m=0)}$$

- 変数の展開係数に対する方程式：

$$\frac{dx_i^m}{dt} = \lambda_i^m x_i^m + f_i^m \quad \left[\lambda_i^m : \mathbf{H}_i^m \text{ に対応する固有値} \right]$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \delta_i y_i + a_i \quad \left[\delta_i : \mathbf{H}_i^{(m=0)} \text{ に対応する固有値} \right]$$

$$(\lambda_i^0 = \delta_i)$$

4-2. あるHoughモードが死に絶えるまでに残す加速の計算

- 初期に $x(0)$ の振幅を与えられたHoughモードの線型時間発展：

$$\frac{dx}{dt} = \lambda x \quad x(t) = x(0)e^{\lambda t}$$

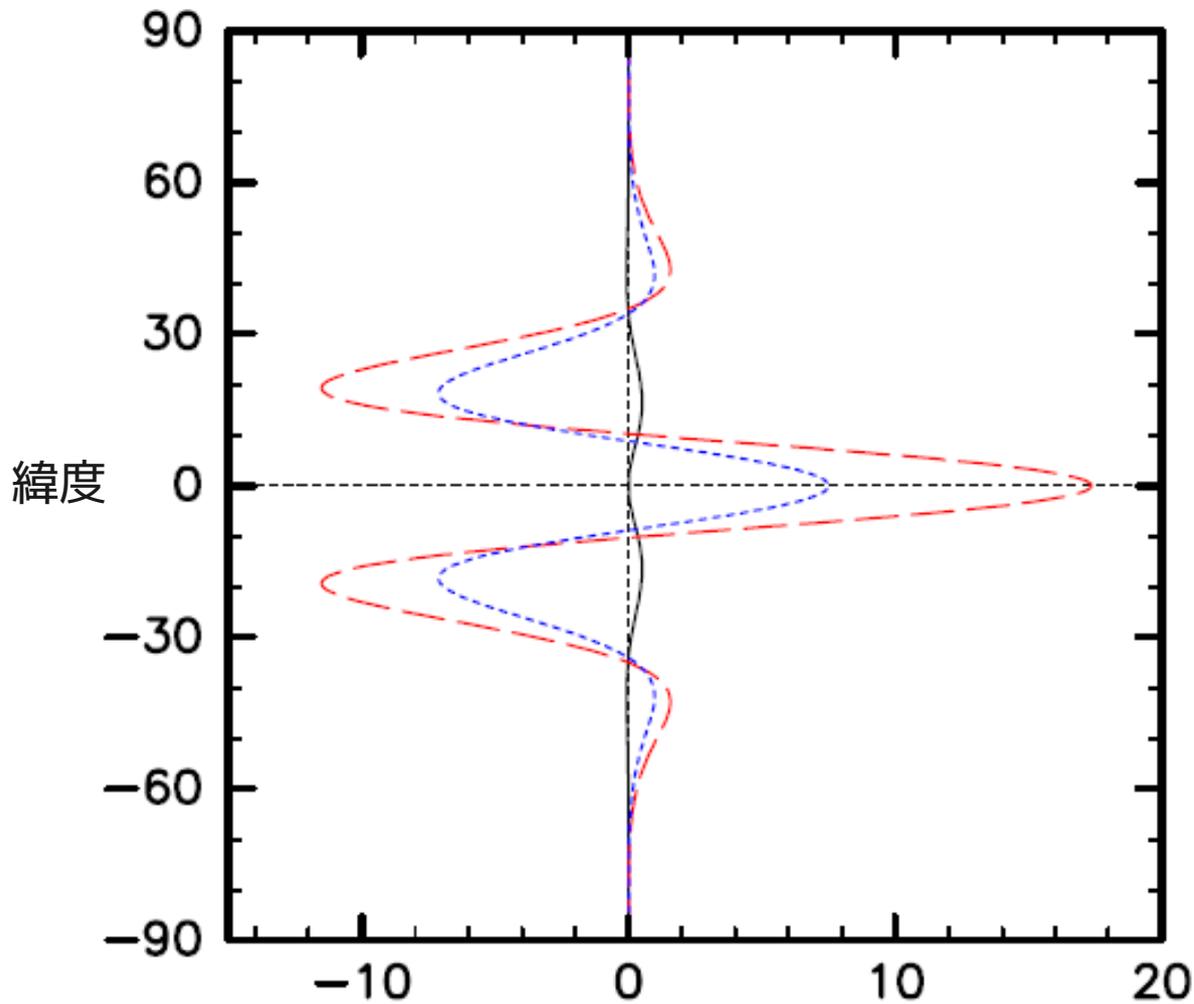
(λ : 固有値)

- 2次加速 a に対する帯状成分（非粘性のRossbyモード、固有値ゼロ）の応答は、

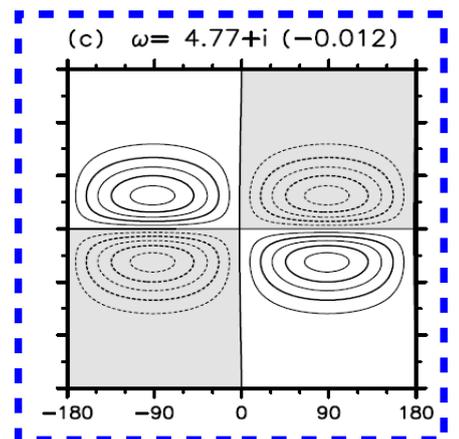
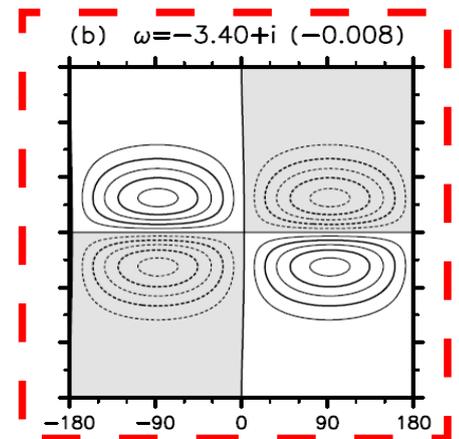
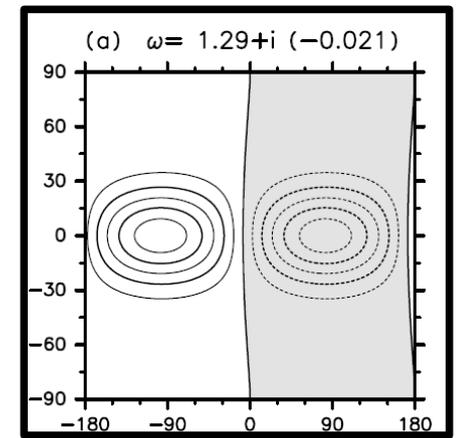
$$\frac{dy}{dt} = a \quad a = C e^{2\Re(\lambda)t}$$

$$y(t = \infty) = -\frac{C}{2\Re(\lambda)}$$

単位振幅を与えて減衰させたときに残る加速1

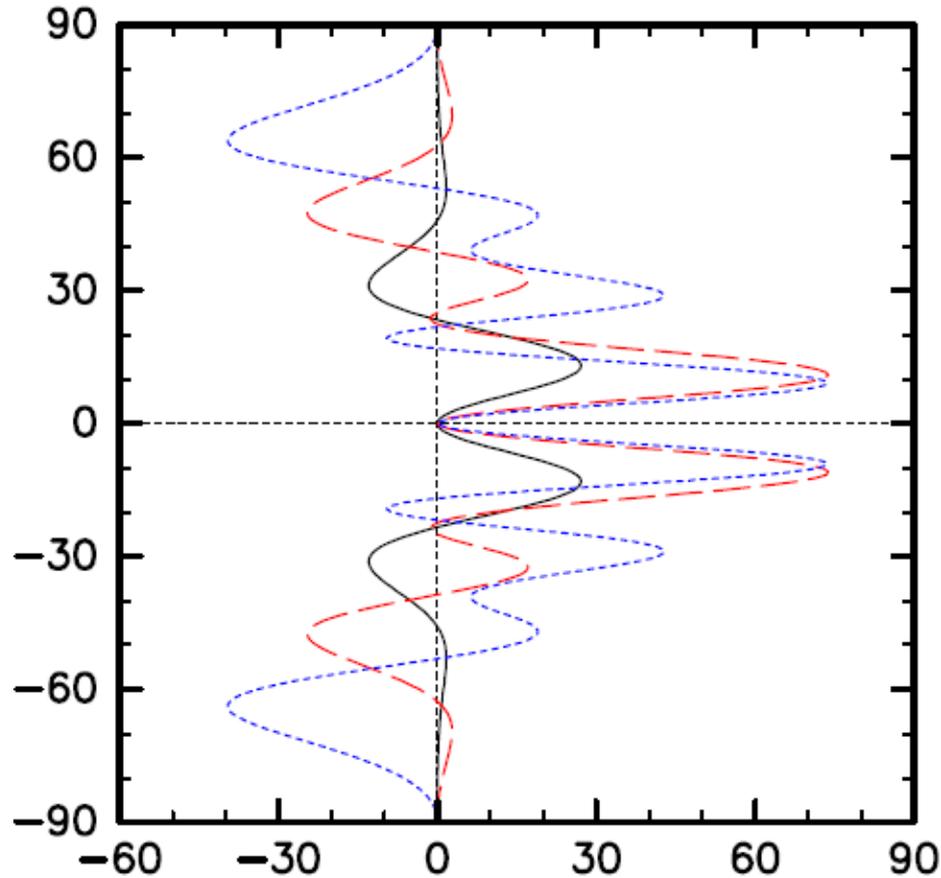


- 黒 : 東西波数1、Kelvinモード
- 赤 : 東西波数1、西進MRGモード
- 青 : 東西波数1、東進MRGモード

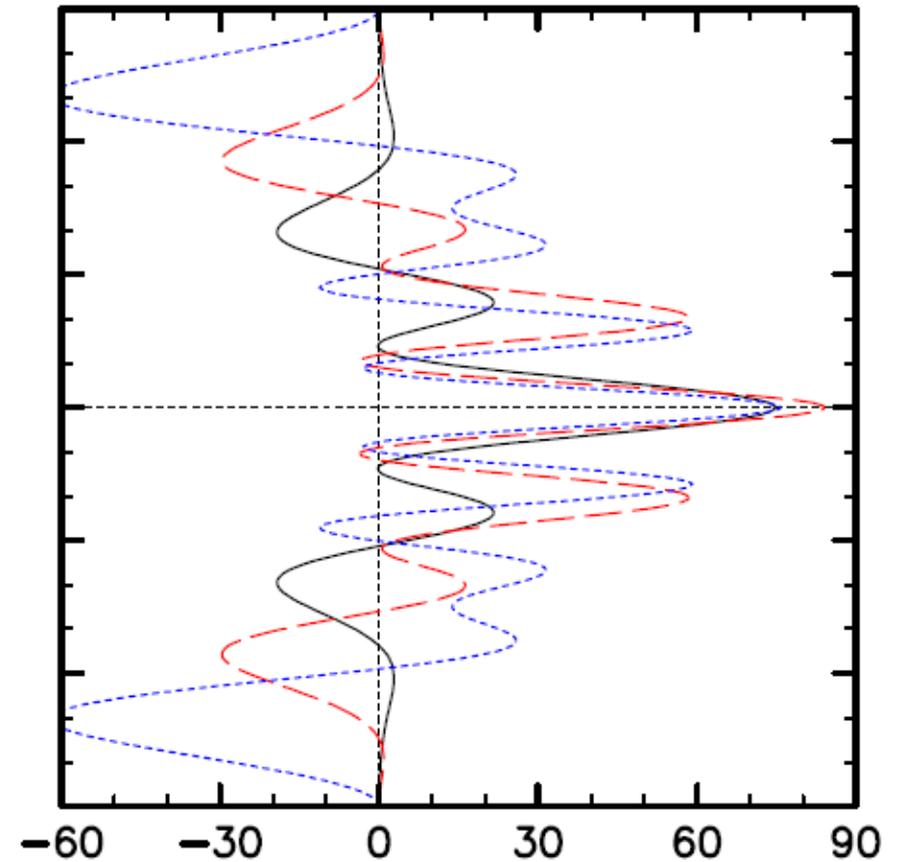


単位振幅を与えて減衰させたときに残る加速2

対称第一～第三Rossbyモード



反対称対称第一～第三



(Saito and Ishioka, 2015, FIG. 3)

- Rossbyモードの加速は他のモードの加速より大きい
- Rossbyモードは赤道付近で西風加速を起こす

4-3. ランダムな強制に励起されるモードによる加速の計算

- 変数の展開係数に対する方程式：

$$\frac{dx_i^m}{dt} = \lambda_i^m x_i^m + f_i^m \quad \left[\lambda_i^m : \mathbf{H}_i^m \text{ に対応する固有値} \right]$$

$$\frac{dy_i}{dt} = \delta_i y_i + a_i \quad \left[\delta_i : \mathbf{H}_i^{(m=0)} \text{ に対応する固有値} \right]$$

$$(\lambda_i^0 = \delta_i)$$

仮定

- 強制が 1 次項のHoughモードを励起する。
- Houghモードは減衰しながら、それぞれの構造に応じた 2 次加速を起こす。
- 本来ならば、この間にも異なるモード同士の相互作用によりエネルギーの分布は広がって行くが、この相互作用の効果を無視する。

即ち、励起された 1 次項のHoughモードは励起された波数成分でそのまま減衰すると仮定する。

- 上の仮定の下で、ランダムな強制により励起されたHoughモードが起こす 2 次加速を調べる。

- 1次の方程式の解 :

$$\frac{dx}{dt} = \lambda x + f$$

「ランダムな強制」の定式化

$$\langle f(t) f(t')^* \rangle = |f_0|^2 \delta(t - t')$$

(角括弧はアンサンブル平均)

→ いわゆる Langevin 方程式と同じ形。

分散の時間発展 :

$$\langle |x(t)|^2 \rangle = -\frac{|f_0|^2}{2\Re(\lambda)} (1 - e^{2\Re(\lambda)t})$$

* $|2\Re(\lambda)t| \ll 1$ のとき

$$\langle |x(t)|^2 \rangle = |f_0|^2 t$$

- 2次の方程式の解 :

$$\frac{dy}{dt} = \delta y + a$$

2次加速項の時間依存性

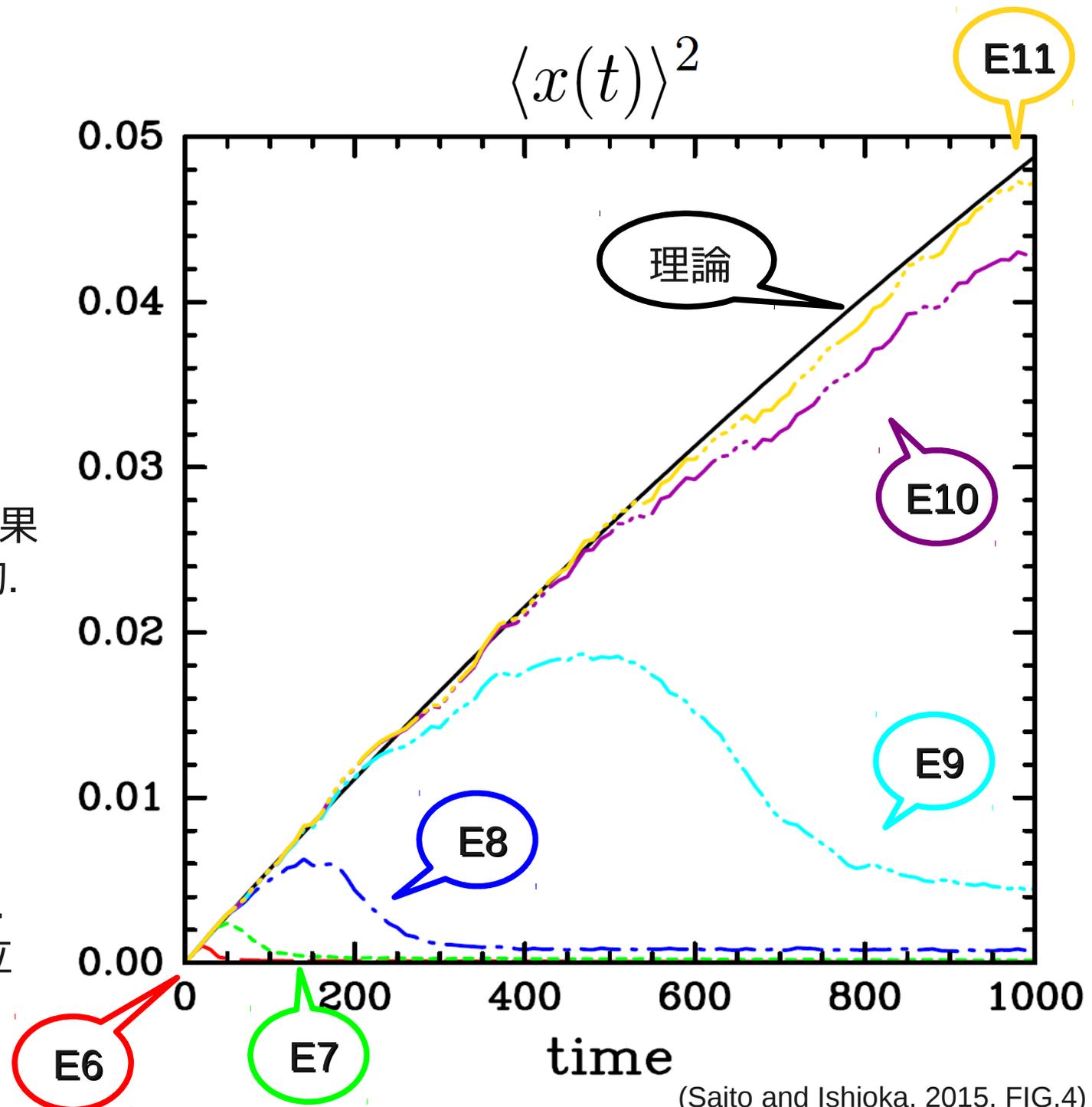
$$\langle a \rangle = C(1 - e^{2\Re(\lambda)t})$$

平均の時間発展 :

$$\langle y(t) \rangle = C \left(\frac{1 - e^{\delta t}}{\delta} - \frac{e^{2\Re(\lambda)t} - e^{\delta t}}{\delta + 2\Re(\lambda)} \right)$$

検証：分散の時間発展 (1次項)

- $m=42$ の反対称Rossby 第一モード
(強制で直接励起される)
- エネルギー注入率 ε_0 で規格化
- 黒：理論による予測
- 色付：非線型モデルの結果の(400)アンサンブル平均.
- 強制が小さい方が理論値とよく合う
- 非線型モデルの結果はいずれ理論値から離れる.
(弱非線形の仮定が成り立たなくなるから)

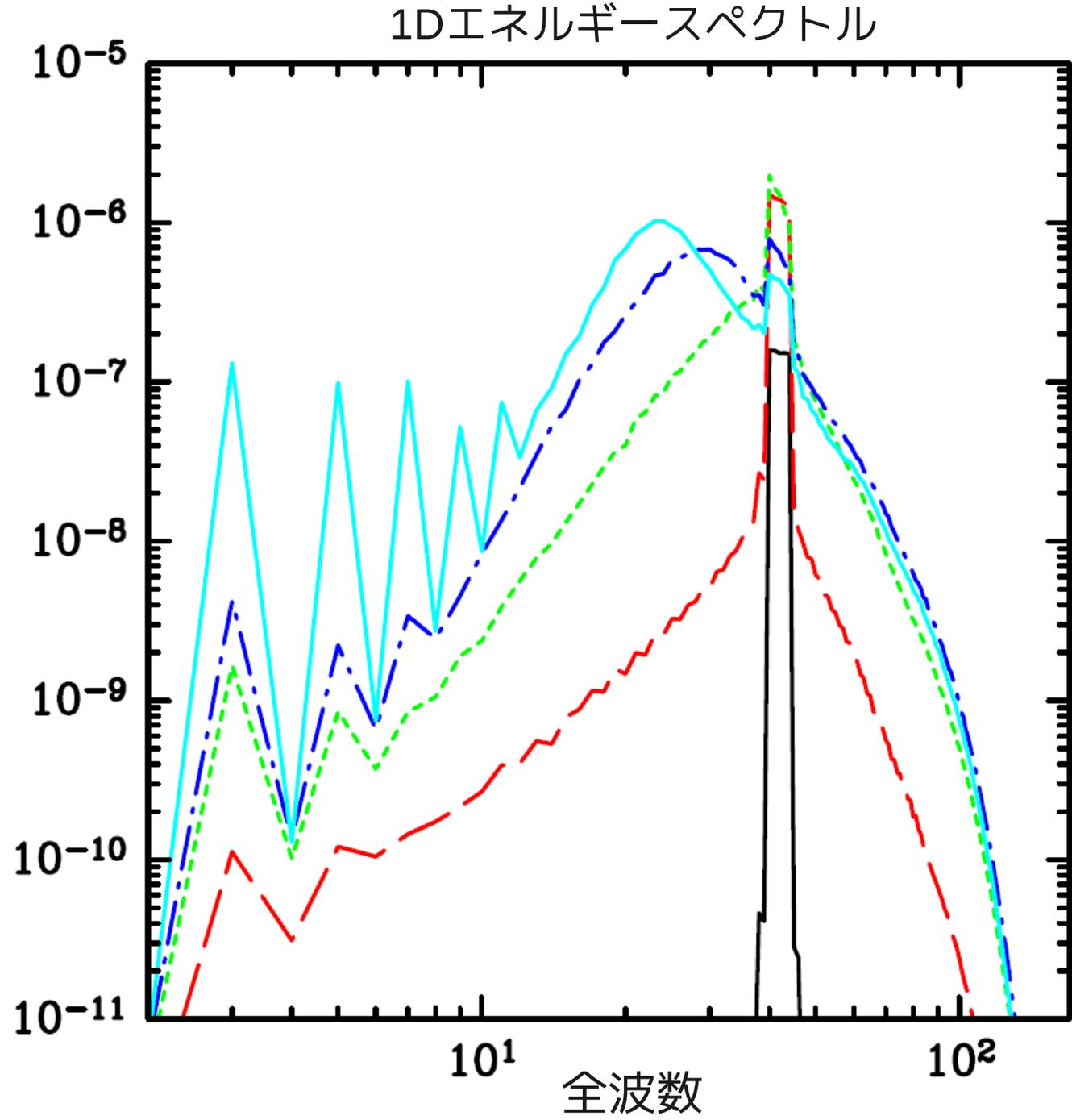


1Dエネルギースペクトルの時間発展 (E8)

- アンサンブル平均
- 流線関数のみで計算

- 黒 : $t = 10$
- 赤 : $t = 100$
- 緑 : $t = 200$
- 青 : $t = 300$
- 淡青 : $t = 1000$

- $t=300$ には既にピークが低波数に移動している。
(エネルギーの逆カスケード)



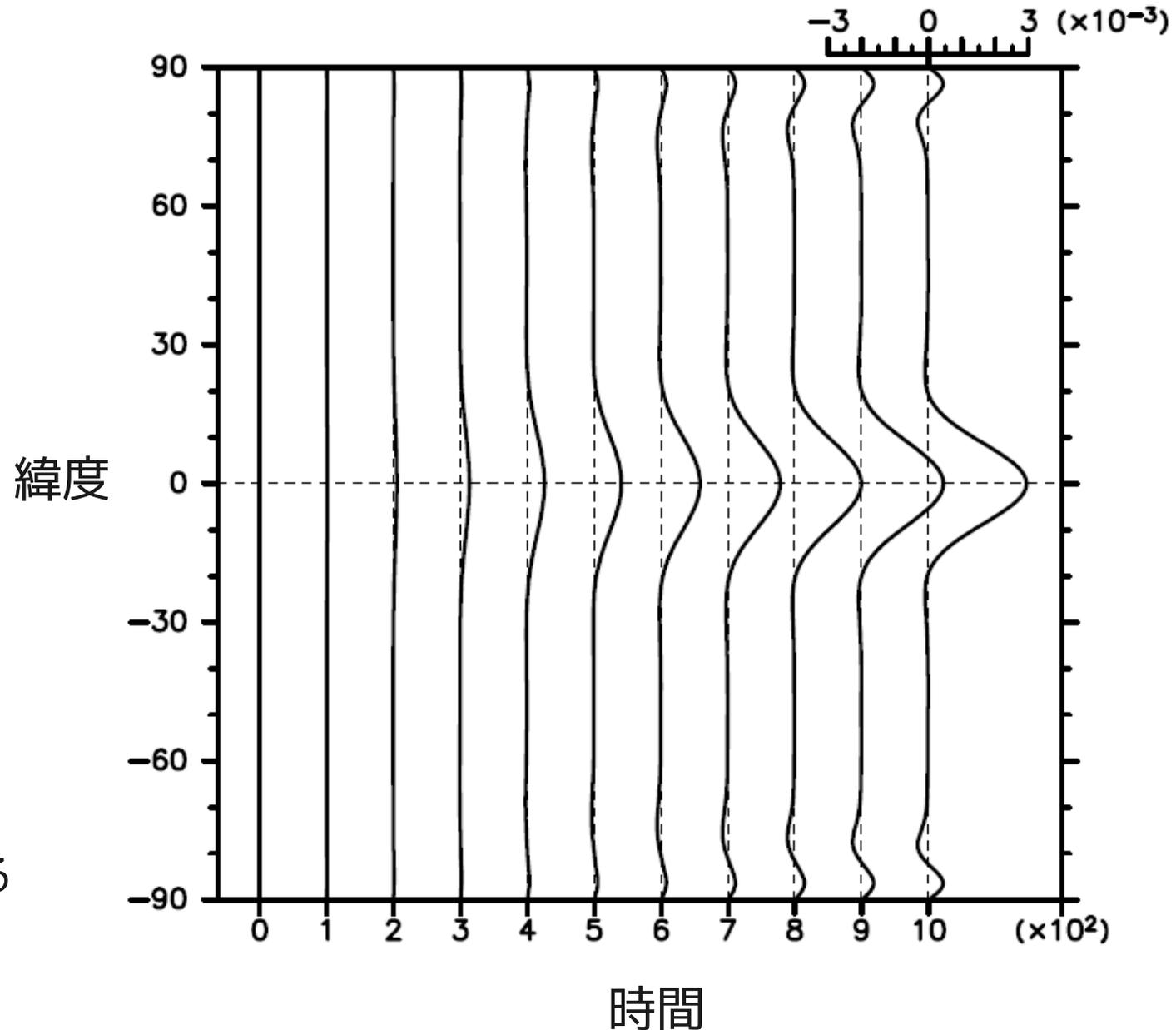
理論式が予測する2次の帯状風速 (E8)

- 時間0から1000まで
100ずつの結果

- 黒：全ての成分を含む
- 赤：Rossbyモードのみ
(黒に隠れて見えない)

- 赤道で西風加速、
極域でわずかに変動

- 加速はほぼ100%
Rossby波の加速から成る



検証2：帯状風速の時間発展 (E8)

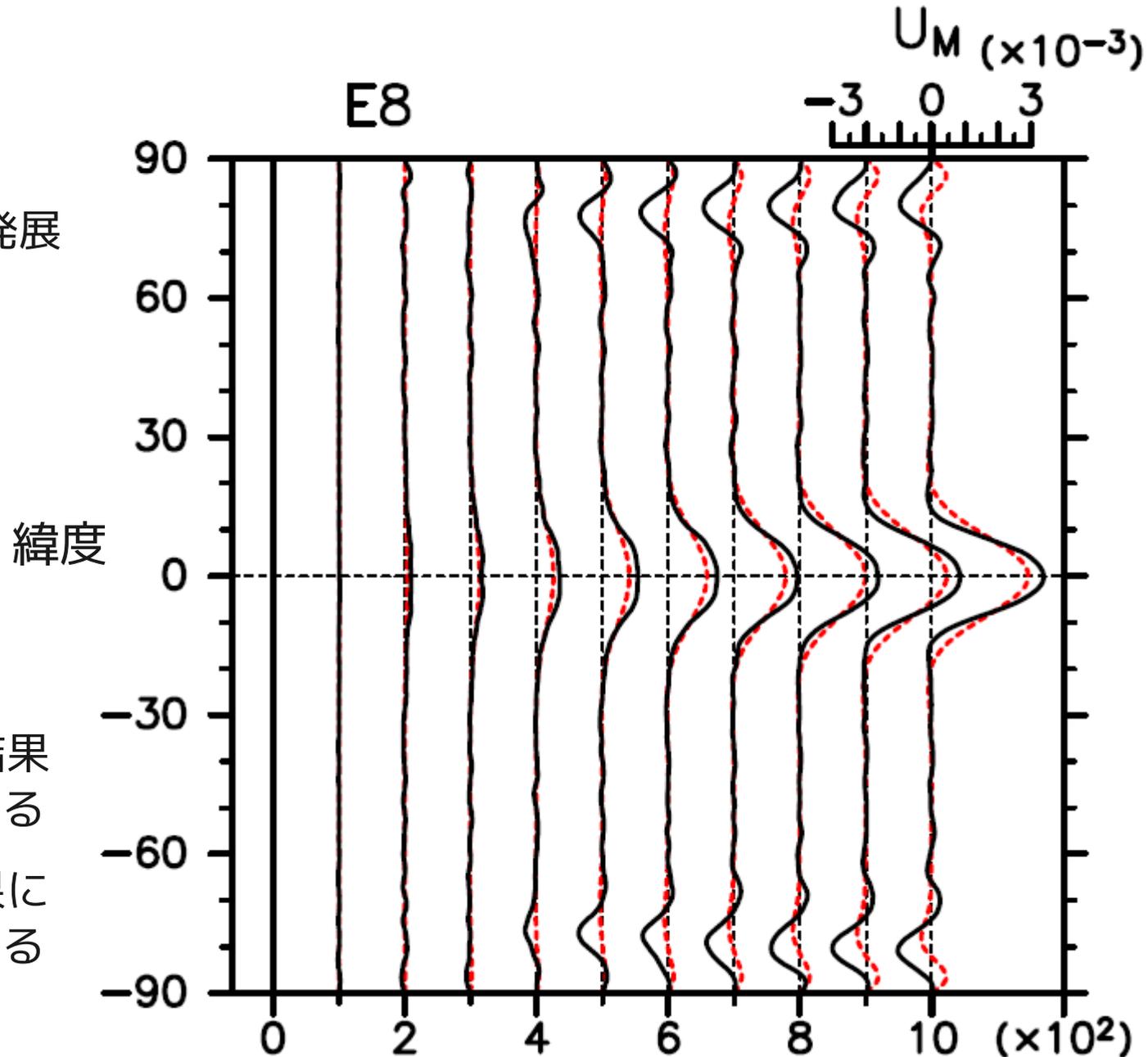
- 時間0から1000まで
100ずつの結果

- 黒：非線型モデルの時間発展
の(400)アンサンブル平均

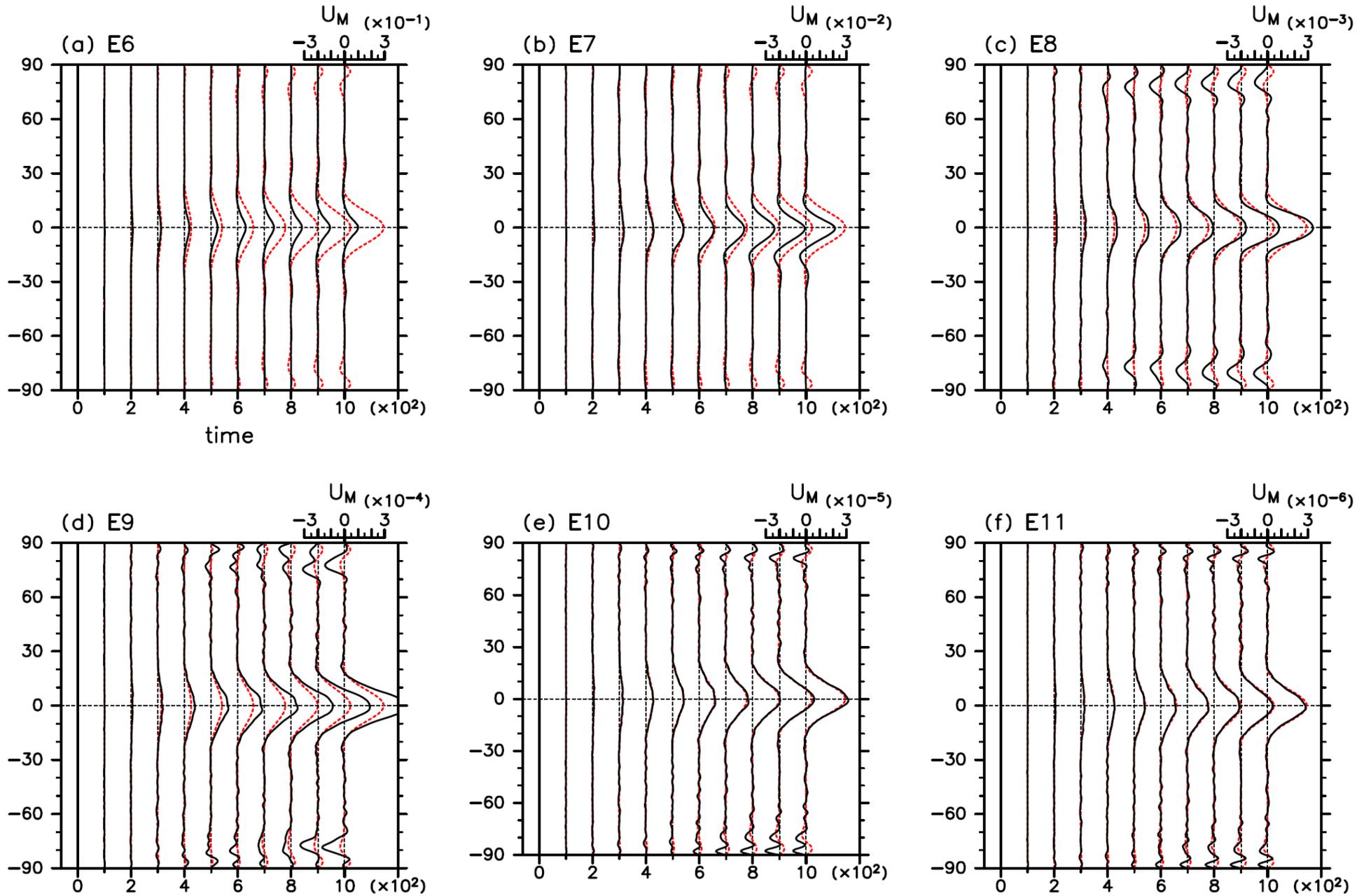
- 赤：理論解

- 赤道域：非線型モデルの結果
は理論式と良く一致している

- 極域：非線型モデルの結果に
もわずかな変動が現れている



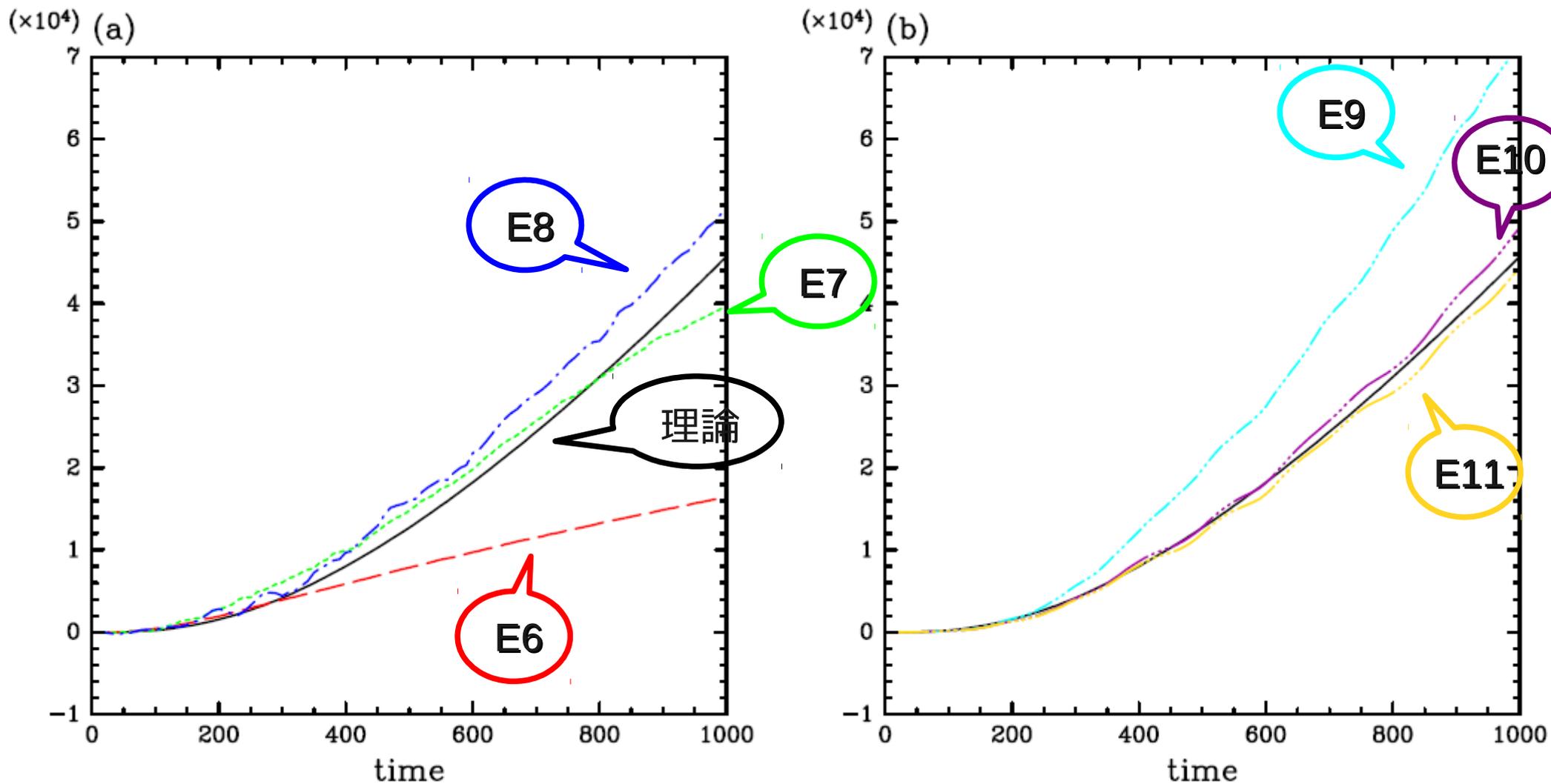
強制の振幅を変えた結果



(Saito and Ishioka, 2015, FIG.5)

- E6, E7 でも定性的には一致、E8, E9は定量的にも概ね一致
- E10, E11 はほぼ完璧

赤道における帯状風速の時間発展



(Saito and Ishioka, 2015, FIG.6)

- 400 アンサンブル平均
- エネルギー注入率 ε_0 で規格化.
- 初期の加速はほぼ ε_0 に比例する \rightarrow 二次加速の重要性を支持

発表概要

1. はじめに

- 惑星大気乱流実験の先行研究の紹介

2. 数値実験

- Scott and Polvani (2008) 再現とアンサンブル実験

3. Houghモードの計算

- Newton冷却項導入によるHoughモードの歪みについて

4. 弱非線型モデルによる帯状流加速の計算

- モードの歪みによる加速の評価と検証

5. まとめと今後の課題

まとめと議論

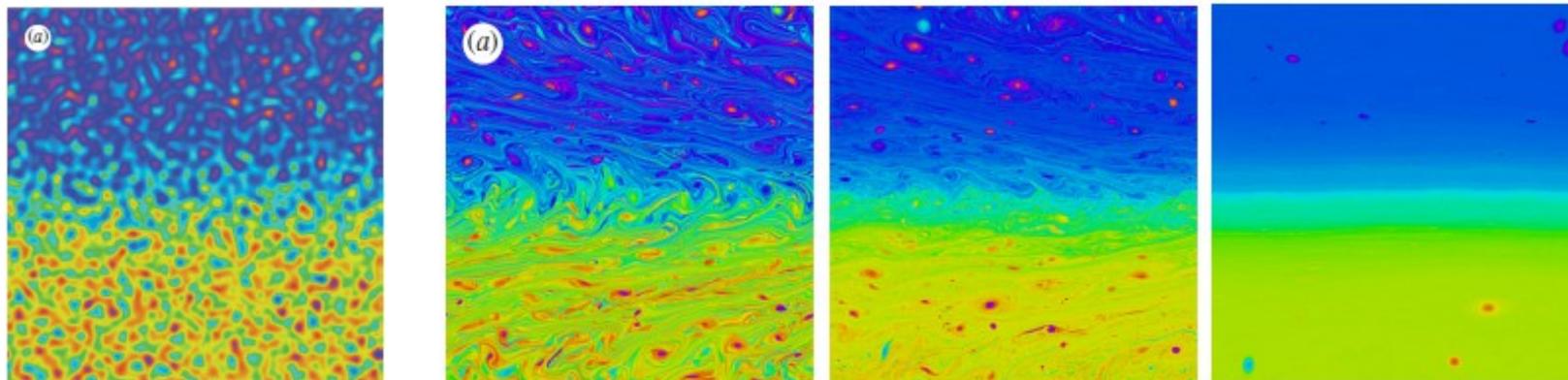
- Newton冷却項の導入によりHoughモードの構造は歪む。
- Houghモードの構造の歪みにより、2次加速が起こる。
- この加速メカニズムにより、（Newton冷却を散逸機構とする）浅水系強制乱流における、初期の赤道西風形成を説明できる。

- 赤道西風が形成された後は：西風の加速・維持が予想される（PV混合、波-平均流相互作用）
← Kitamura and Ishioka (2007), Dritschel and Scott (2011)

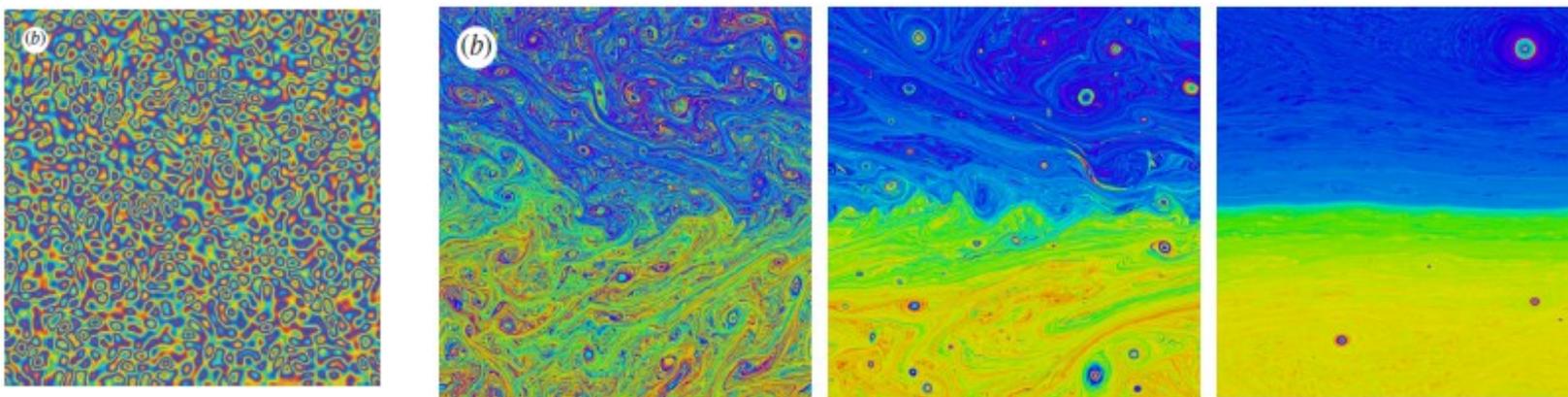
- Dritschel and Scott (2011, Phil. Trans. R. Soc. A)

(PV場の時間発展) →

(擾乱
振幅小)



(擾乱
振幅大)



(Dritschel and Scott, 2011, Figure 2, 3)

- QG。ジェット + 擾乱の減衰性時間発展
- 乱流拡散によるジェットの加速が起こる

推論：なぜRossbyモードの位相はNewton冷却項で西に傾くのか？

- 準地衡近似の下で、減衰項付きの浅水方程式系は、以下のPV方程式に縮約される。

$$q = (\bar{\nabla}^2 - L_D^{-2})\psi$$

$$q_t + J(\psi, q) = \boxed{\psi / (\tau_{\text{rad}} L_D^2)} - \zeta / \tau_{\text{fr}}$$

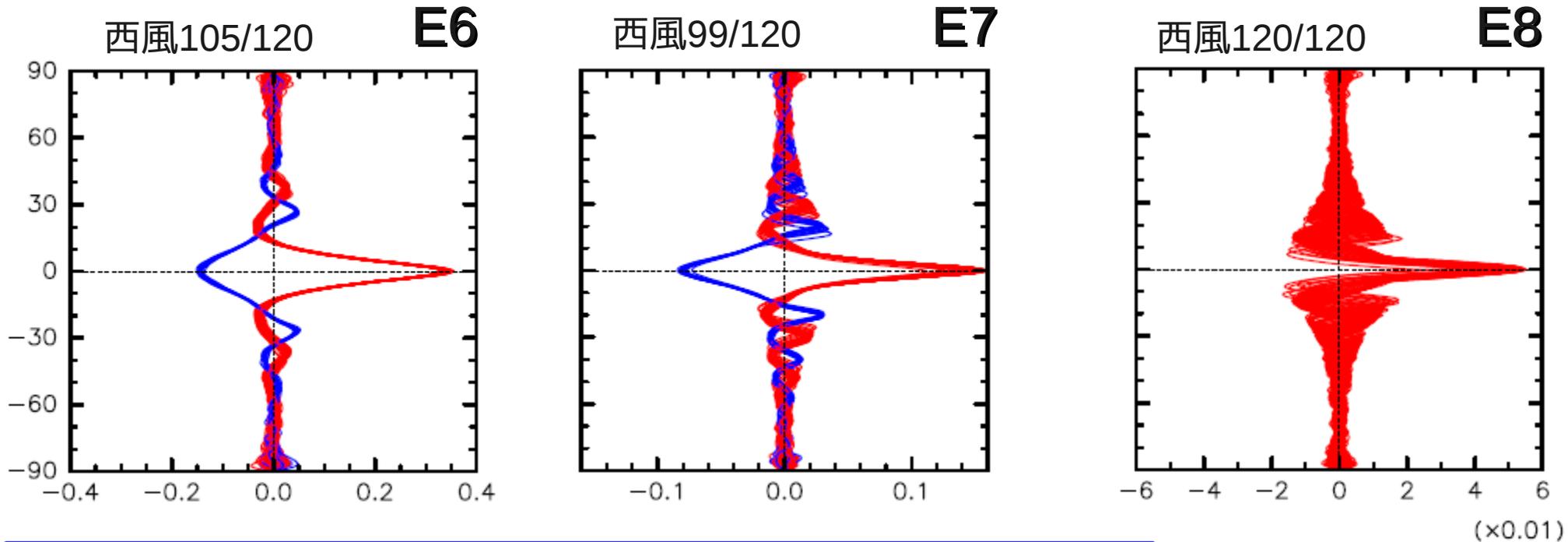
- (減衰係数) \sim (変形半径) $^{-2} \sim (\sin \Phi)^2$

→ 高緯度ほど減衰が大きい

- Rossbyモードがグローバルな構造を一定に保ちながら減衰するためには、減衰の大きい高緯度側に常にエネルギーを送らなければならない。

- 対応して (東/西) 風運動量は (高/低) 緯度へ輸送される。

最終状態の帯状風速のアンサンブル ($\varepsilon=0.1$)



(Saito and Ishioka, 2015, FIG.1)

- 同様の設定で「E5」実験を行うと、西風117/120 になる
← 本研究の弱非線形理論では説明できない

▪ Farrell and Ioannou (2009, JAS)

- 赤道 β 面浅水系、SSST(Stochastic Structural Stability Theory)
- 強制が十分弱い場合には、赤道西風・東風どちらも実現可能
← 本研究の結果と合わない
- 強制が十分強い場合には、赤道西風が安定で実現可能
← 本研究の結果と合う：このメカニズムが働いている可能性

参考文献 1

- Andrews, D. G., and M. E. McIntyre, 1976: Planetary waves in horizontal and vertical shear: the generalized Eliassen-Palm relation and the mean zonal acceleration. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2031-2048.
DOI : [10.1175/1520-0469\(1976\)033\(2031:PWIHAV\)2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1976)033(2031:PWIHAV)2.0.CO;2)
- Busse, F. H., 1983: Convection-driven zonal flows in the major planets. *Pure Appl. Geophys.*, **121**, 375-390.
DOI : [10.1007/BF02590147](https://doi.org/10.1007/BF02590147)
- Dritschel, D. G., and R. K. Scott, 2011: Jet sharpening by turbulent mixing. *Phil. Trans. R. Soc. A.*, **369**, 754-770.
DOI : [10.1098/rsta.2010.0306](https://doi.org/10.1098/rsta.2010.0306)
- Farrell, B. F., and P. J. Ioannou, 2009: Emergence of jets from turbulence in the shallow-water equations on an equatorial beta plane. *J Atmos. Sci.*, **66**, 3197-3207.
DOI : [10.1175/2009JAS2941.1](https://doi.org/10.1175/2009JAS2941.1)
- Kitamura, Y., and K. Ishioka, 2007: Equatorial jets in decaying shallow-water turbulence on a rotating sphere. *J Atmos. Sci.*, **64**, 3340-3353.
DOI : [10.1175/JAS4015.1](https://doi.org/10.1175/JAS4015.1)
- Liu, J., and T. Schneider, 2010: Mechanisms of jet formation on the giant planets. *J Atmos. Sci.*, **67**, 3652-3672.
DOI : [10.1175/2010JAS3492.1](https://doi.org/10.1175/2010JAS3492.1)
- Rhines, P. B., 1975: Waves and turbulence on a beta-plane. *J Fluid Mech.*, **69**, 417-443.
DOI : [10.1017/S0022112075001504](https://doi.org/10.1017/S0022112075001504)
- Saito, I., and K. Ishioka, 2015: Mechanism for the formation of equatorial superrotation in forced shallow-water turbulence with Newtonian cooling. *J Atmos. Sci.*, **72**, 1466-1483.
- Schneider, T., and J. Liu, 2009: Formation of jets and equatorial superrotation on Jupiter. *J Atmos. Sci.*, **66**, 579-601.
DOI : [10.1175/2008JAS2798.1](https://doi.org/10.1175/2008JAS2798.1)

参考文献 2

Scott, R. K., and L. M. Polvani, 2008: Equatorial superrotation in shallow atmospheres. [Geophys Res. Lett.](#), **35**, L24202.

DOI : 10.1029/2008GL036060

Simon, A. A., 1999: The structure and temporal stability of Jupiter's zonal winds. [Icarus.](#), **141**, 29-139.

DOI : 10.1006/icar.1999.6163

Williams, G. P., 1978: Planetary circulations: 1. Barotropic representation of Jovian and terrestrial turbulence. [J. Atmos. Sci.](#), **35**, 1399-1426.

DOI : 10.1175/1520-0469(1978)035<1399:PCBROJ>2.0.CO;2

Warneford, E. S., and P. J. Dellar, 2014: Super- and sub-rotating equatorial jets: Newtonian cooling versus Rayleigh friction. [submitted to J. Fluid Mech.](#).

arXiv : 1401.6406

Yamagata, T., and S. G. H. Philander, 1985: The role of damped equatorial waves in the oceanic response to winds. [J. Oceanogr. Soc. Japan](#), **41**, 345-357.

DOI : 10.1007/BF02109241

Yoden, S., and M. Yamada, 1993: A numerical experiment on two-dimensional decaying turbulence on a rotating sphere. [J. Atmos. Sci.](#), **50**, 631-644.

DOI : 10.1175/1520-0469(1993)050<0631:ANEOTD>2.0.CO;2